



# **Universidad Nacional Mayor de San Marcos**

**Universidad del Perú. Decana de América**

**Facultad de Química e Ingeniería Química**

**Escuela Profesional de Ingeniería Química**

## **Método de superficies de respuesta (MSR) para procesos de optimización aplicado a la filtración de lodos provenientes del sedimentador primario de una planta de tratamiento de aguas residuales (PTAR)**

### **TESIS**

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Químico

### **AUTOR**

Alejandro SUÁREZ ALVITES

### **ASESOR**

Pedro ROMERO Y OTINIANO

Lima, Perú

2017



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

## Referencia bibliográfica

---

Suárez, A. (2017). *Método de superficies de respuesta (MSR) para procesos de optimización aplicado a la filtración de lodos provenientes del sedimentador primario de una planta de tratamiento de aguas residuales (PTAR)*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Química e Ingeniería Química, Escuela Profesional de Ingeniería Química]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

---



**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**  
(Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA)  
**FACULTAD DE QUÍMICA E INGENIERÍA QUÍMICA**  
Central: 6197000 anexo 1208

"Año de la Consolidación del Mar de Grau"

**ACTA DE TÍTULO POR TESIS**

Los suscritos Miembros del Jurado, nombrado por la Sra. Directora de la Escuela Profesional de Ingeniería Química, bajo la Presidencia del **Mg. MANUEL EXALTACIÓN BEJAR RAMOS** (Presidente), el **Ing. GILBERTO SALAS COLOTTA** (Miembro), y el **Ing. PEDRO ROMERO Y OTINIANO** (Asesor), después de escuchar la sustentación de la **TESIS**, titulada: "**MÉTODO DE SUPERFICIES DE RESPUESTA (MSR) PARA PROCESOS DE OPTIMIZACIÓN APLICADO A LA FILTRACIÓN DE LODOS PROVENIENTES DEL SEDIMENTADOR PRIMARIO DE UNA PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES (PTAR)**", rendido por el Bachiller en Ingeniería Química **SUÁREZ ALVITES, ALEJANDRO**, para optar el **TÍTULO PROFESIONAL de INGENIERO QUÍMICO**. Acordaron calificarle con la **NOTA** de:

DIECISIETE  
(LETRAS)


17  
(NUMEROS)

Ciudad Universitaria, 14 de marzo de 2017.

  
**Mg. MANUEL EXALTACIÓN BEJAR RAMOS**  
PRESIDENTE

  
**Ing. GILBERTO SALAS COLOTTA**  
MIEMBRO

  
**Ing. PEDRO ROMERO Y OTINIANO**  
ASESOR

  
**Mg. JUANA SANDÍVAR ROSAS**  
Directora de la Escuela Profesional  
de Ingeniería Química



**Dedico esta Tesis**

**a mis padres Alejandro y  
Antonia, a mis hermanos por  
sus bondades de mensajes de unión;  
y en especial a mis hijos Génesis Y Alejandro.**

## **RECONOCIMIENTO:**

A los profesores Doctor Abraham Rodríguez, al Dr. Jaime Benítez y al Dr. Narinder Mehta, por el apoyo constante para que el proyecto concluya exitosamente.

Al Ingeniero Pedro Romero por su incondicional apoyo y orientación en el desarrollo de esta tesis.

## **MIEMBROS DEL JURADO:**

**Presidente:**     **Ingeniero Manuel Bejar**

**Miembro:**       **Ingeniero Gilberto Salas**

**Asesor:**         **Ingeniero Pedro Romero**

# Índice

RESUMEN .....	1
ABSTRACT .....	2
CAPITULO 1.....	3
INTRODUCCIÓN .....	3
CAPITULO 2.....	6
TRABAJOS PREVIOS.....	6
2.1 Polímeros para Coagulación.....	6
2.1.1 Plantas de Procesos de Tratamiento de Agua Residual (PTAR).....	9
2.2. Solidos inertes como acondicionadores de lodos.....	11
2.2.1 Fibras orgánicas de bagazo.....	11
2.2.2 Solidos Inorgánicos Inertes como Acondicionador .....	14
CAPITULO 3.....	18
Relaciones matemáticas de filtración aplicada a acondicionamiento de lodos.....	18
3.1 Acondicionamiento de lodos y filtración.....	18
3.2 Optimización del proceso de acondicionamiento usando el método superficie de respuesta ....	24
3.3 Regresión de curvas usando Polinomios de Orden Tres aplicado a datos discretos .....	32
CAPITULO 4.....	34
PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.....	34
4.1 Acondicionamiento y filtración de lodo .....	34
CAPITULO 5.....	37
RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	37
5.1 Características del lodo y los acondicionadores .....	37
5.2 Acondicionamiento del lodo y filtración.....	38
5.2.1 Variables independientes en el acondicionamiento de lodos.....	38
5.2.2 Variable dependiente en el acondicionamiento de lodos.....	39
5.2.3. Rendimiento de filtración para el lodo acondicionado con $FL = 55g/L$ y $SOL = 120\%$ .....	41
5.3 Proceso de optimización .....	42
5.3.1 Modelo de primer orden .....	42
5.3.2 Etapa ascendente.....	49
5.3.3 Diseño Central Compuesto .....	50
CAPITULO 6.....	55

<b>Método Numérico para obtener la distribución del Rendimiento de la Filtración como función de una variable .....</b>	<b>55</b>
<b>6.1 Conversión Neta.....</b>	<b>55</b>
<b>6.2 Acondicionamiento del lodo con bagazo para máximo rendimiento de la filtración.....</b>	<b>55</b>
<b>6.2.1 Modelo de Interpolación Cubica aplicado a la filtración lodo-polímero-bagazo.....</b>	<b>57</b>
<b>6.3 Acondicionamiento del lodo con partículas de cemento para máximo rendimiento de la filtración .....</b>	<b>65</b>
<b>6.3.1 Modelo de Interpolación Cubica aplicado a la filtración lodo-polímero-cemento.....</b>	<b>66</b>
<b>7. Discusión de Resultados.....</b>	<b>69</b>
<b>8. Conclusiones .....</b>	<b>70</b>
<b>9. Recomendaciones .....</b>	<b>71</b>
<b>10. Bibliografía.....</b>	<b>72</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>74</b>
<b>ANEXO-1: Desarrollo del modelo de segundo orden para el acondicionamiento Lodo-polímero-bagazo.....</b>	<b>75</b>
<b>ANEXO-2: Cálculos para el Análisis de Varianza para el modelo de segundo orden en el acondicionamiento Lodo-polímero-bagazo.....</b>	<b>76</b>
<b>ANEXO-3: Análisis de Varianza ANOVA para el acondicionamiento de Lodo-Polímero-Bagazo .....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXO-4: Desarrollo del modelo de segundo orden para el acondicionamiento Lodo-Polímero-Cemento .....</b>	<b>78</b>
<b>ANEXO-5: Análisis de Varianza para el acondicionamiento de Lodo-Polímero-Cemento .....</b>	<b>79</b>
.....	80
<b>ANEXO-6: Masa Molar y porcentaje catiónico del Polímero CALGON utilizado en los experimentos .</b>	<b>81</b>
<b>ANEXO-7:     Página Técnica del COAGULANTE Calgon WT-2640.....</b>	<b>82</b>

## Lista de Tablas

Número	Descripción	Pag.
<b>Tabla 1:</b>	Límites Máximos Permitidos (LMP) bajo Norma Nacional en Descargas de Agua Residual a fuentes de agua en el Perú	6
<b>Tabla 2:</b>	Especificaciones para partículas livianas dado por ASTM C618	12
<b>Tabla 3</b>	Diseño Central Compuesto para la región del punto estacionario	27
<b>Tabla 4:</b>	Características del lodo primario de la BRWTP	32
<b>Tabla 5:</b>	Características de los sólidos externos acondicionadores	33
<b>Tabla 6:</b>	Condiciones experimentales para una operación típica de filtración a presión	35
<b>Tabla 7.</b>	Efecto del acondicionamiento del lodo con polímero y cenizas, modelo de primer orden	37
<b>Tabla 8:</b>	Análisis de Varianza para el modelo de primer orden en un diseño factorial	41
<b>Tabla 9:</b>	Resultado del Análisis de Varianza del modelo de primer orden, para el lodo acondicionado con polímero y cenizas usando $\alpha = 0.05$	43
<b>Tabla 10:</b>	Resultados Experimentales para la Etapa ascendente para acondicionamiento de lodos con polímero y ceniza	44
<b>Tabla 11:</b>	Resultados Experimentales para el Diseño Central Compuesto para el lodo acondicionado con polímero y ceniza	45
<b>Tabla 12:</b>	Resultado del Análisis de Varianza para el Modelo de Segundo Orden desarrollado para el acondicionamiento del lodo con polímero y cenizas	48
<b>Tabla 13:</b>	Resultados Experimentales del Diseño Experimental Central Compuesto para el lodo acondicionado con polímero y bagazo	51
<b>Tabla 14:</b>	Resultados experimentales de la Filtración del lodo acondicionado con bagazo manteniendo la dosis de polímero constante en FL= 70 g/L	52
<b>Tabla 15:</b>	Funciones Cubicas para los intervalos del acondicionamiento del lodo con bagazo y FL = 70 g/L	55
<b>Tabla16:</b>	Resultado experimental del Diseño Experimental Central Compuesto para el lodo acondicionado con polímero y partículas de cemento	61

## Lista de Figuras

Número y Descripción	Pag
<b>Figura-1:</b> Coagulación utilizando polímeros catiónicos, tomado directamente de Polymer Flocculation, Environmental Protection Agency [1].	4
<b>Figura-2:</b> Esquema de coagulación donde los polímeros aniónicos ayudan a la formación de coágulos para posterior precipitación y decantación. Polymer Flocculation, Environmental Protection Agency [1].	5
<b>Figura-3:</b> Planta de Tratamiento de aguas residuales que incluye el tratamiento secundario, elaborado usando como referencia Metcalf Eddy [3].	7
<b>Figura-4:</b> Corte transversal de una fibra de bagazo con factor de aumento de 200, en la parte central de la fibra se observa canales diminutos mientras que en la región periférica los diámetros transversales de los canales son mayores. El documento original reporta a esta fotografía como Fig. 5. (c); la publicación en este documento es realizada posterior a la autorización para uso académico de la imagen por el Dr. K. G. Satayanarayana [4].	9
<b>Figura-5:</b> Corte transversal de una fibra de bagazo con factor de aumento de 500, claramente se puede apreciar los ductos internos que pueden favorecer procesos de filtración. El documento original reporta a esta fotografía como Fig. 5. (d); la publicación en este documento es realizada posterior a la autorización para uso académico de la imagen por el Dr. K. G. Satayanarayana [4].	10
<b>Figura-6:</b> Imagen de partículas extremadamente livianas, estas son producidas durante el quemado de carbón. La imagen de SEM muestra que la población de las partículas tiende a adoptar formas esféricas de diferentes tamaños. El agregado no es compacto y se observan canales entre partículas que permiten su aplicación como medio filtrante. La imagen obtenida es una cooperación de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón.	13
<b>Figura-7:</b> Imagen de una partícula liviana, estas son producto del quemado de carbón. La imagen de SEM muestra que la partícula tiene forma esférica con la superficie rugosa. La rugosidad es el medio para soporte de partículas deformables del lodo. Imagen obtenida de la cooperación de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón.	14
<b>Figura-8.</b> Comparación de la facilidad de filtración expresada como resistencia específica y conversión neta como función de la dosis de coagulante como acondicionador de lodos.	19
<b>Figura-9.</b> Comparación de la facilidad de filtración expresada como resistencia específica y conversión neta como función de la dosis de solidos como acondicionador de lodos.	19
<b>Figura-10.</b> Superficie de respuestas	21
<b>Figura-11.</b> Superficie de respuesta de primer orden y dirección de los pasos ascendentes	22
<b>Figura-12.</b> Modelo de respuesta de segundo orden mostrando curvaturas pronunciadas (a) dos dimensiones; (b) tres dimensiones	23
<b>Figura-13.</b> Diseño de experimentos central compuesto para dos variables independientes	26
<b>Figura-14.</b> Esquema del arreglo experimental para filtración de lodo acondicionado.	31
<b>Figura-15.</b> Diagrama $t/V$ versus $V$ para filtrado de lodo acondicionado con polímero y partículas de cenizas, $FL = 55 \text{ g/L}$ y $SOL = 140\%$ ; rutina elaborada en Mathcad®	35
<b>Figura-16.</b> Cálculo de los parámetros " $\beta$ " para el modelo de primer orden	39
<b>Figura-17.</b> Modelo de primer orden representado por un plano, los datos experimentales son puntos	40
<b>Figura-18.</b> Rutina de Mathcad mostrando los cálculos del análisis de varianza de la regresión	42
<b>Figura-19.</b> Uso de la rutina elaborado en Mathcad para encontrar el modelo de segundo orden	46
<b>Figura-20.</b> Cálculos para elaborar el análisis de varianza del modelo de segundo orden	47
<b>Figura-21:</b> Superficie de contorno elaborado con datos de la Tabla-10, mostrado en tres	49

dimensiones (3-D) y dos dimensiones (2-D) para la filtración lodo-polímero-cenizas. Solución del sistema de ecuaciones producidos por la Ecuación General (26)	
<b>Figura-22:</b> Diagrama en 3-D para el rendimiento de la filtración en el acondicionamiento lodo-polímero-bagazo, se observa la región de máximo rendimiento en la región central de las superficies de respuesta.	52
<b>Figura-23:</b> Solución del sistema de ecuaciones producidos por la Ecuación General (26) aplicado a la filtración lodo-polímero-bagazo	54
<b>Figura-24:</b> Polinomios de orden tres para los ocho intervalos de la Tabla-10 y Tabla-13	56
<b>Figura-25:</b> Conversión en la filtración de lodos utilizando bagazo como acondicionador sólido, claramente se muestra un máximo alrededor de 35% por masa en sólido.	57
<b>Figura-26:</b> La transformación de los datos discretos en una función continua utilizando polinomios de orden tres para cada intervalo de los datos reportados en la Tabla-14 se muestran en la Figura-25	58
<b>Figura-27:</b> Acondicionamiento de lodo con fibras de bagazo manteniendo constante el porcentaje en masa de sólido 30%, mientras que la concentración de polímero varía desde 0 hasta 85 g/L. Claramente el máximo del rendimiento esta sobre 270 kg/m <sup>2</sup> hora, cuando la concentración de polímero es alrededor de 75g/l	59
<b>Figura-28:</b> Diagrama en 3-D para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento, claramente se observa las condiciones de máximo rendimiento en la parte central del diagrama	60
<b>Figura-29:</b> Datos de porcentaje en masa de los sólidos acondicionadores (SOL) y del rendimiento de la filtración (y) obtenidos experimentalmente cuando la concentración de polímero es mantenida constante a 60g/L en el acondicionamiento lodo-polímero-cemento. El vector “p” almacena datos de las segundas derivadas requeridas para obtener las expresiones de los polinomios de orden tres en cada intervalo de los datos. El vector fit(x) almacena datos de la regresión para lograr una función continua a partir de datos discretos.	62
<b>Figura-30:</b> Rendimiento de la filtración (y) como función del porcentaje por masa de sólidos de partículas de cemento manteniendo constante la concentración de polímero en 60 g/L, constante. El diagrama muestra el proceso de filtración para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento. Claramente se aprecia el valor máximo del rendimiento se ubica entre 160 y 180% de sólidos cuando la concentración del polímero es de 60 g/L	63
<b>Figura-31:</b> Rendimiento de la filtración para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento manteniendo constante la cantidad de partículas de cemento en 170%, con diferentes concentraciones de polímero. Claramente se aprecia un máximo alrededor de 60g/L	63



## RESUMEN

El Método de Superficie de Respuestas (MSR) fue utilizado con resultados satisfactorios en el proceso de filtración de lodos. Los diseños experimentales que forman parte del método permiten obtener condiciones óptimas del proceso de forma rápida empleando números específicos de experimentos. El polímero CALGON-2640 se utilizó como coagulante en todos los experimentos. Tres sólidos diferentes fueron usados como acondicionadores, y la facilidad de filtración impuesta en el lodo fue evaluada para cada sólido acondicionador. Los sólidos evaluados provienen de diferentes fuentes, mientras que el lodo para filtración proviene del tratamiento primario de la Planta de Tratamiento de Aguas Residuales.

El proceso de optimización como rendimiento de la filtración del lodo, para un proceso rápido, requiere de tres etapas de experimentación: el diseño factorial simple; etapa de pasos ascendentes; y el diseño factorial compuesto. La variable a optimizar fijada es el rendimiento de la filtración expresada en masa de sólido por unidad de área y por unidad de tiempo; mientras que las variables independientes son la cantidad de sólido acondicionador expresada en porcentaje por masa, y la concentración de coagulante expresada en masa de polímero por unidad de volumen.

Las condiciones óptimas del rendimiento en el acondicionamiento lodo-polímero-cenizas se obtienen con 150% en masa de cenizas provenientes del quemado de lodos y con la concentración de polímero equivalente a 60 g/L, requiriendo 21 segundos para la filtración. En el acondicionamiento lodo-polímero-bagazo, se requiere 30% en masa de fibra de bagazo proveniente de la central azucarera y el agregado de 70g/L de polímero para un tiempo de filtración de 12 segundos. Finalmente para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento las condiciones óptimas se obtienen con 170% en masa de partículas provenientes de los colectores de la fábrica de cemento, y alimentando 60g/L de polímero fijando en 60 segundos para el proceso de filtración.

Métodos numéricos fueron usados para el desarrollo de los diferentes modelos matemáticos apoyado con el programa de computadoras Mathcad<sup>TM</sup>, el análisis de varianza (ANOVA) es el complemento de los cálculos y son desarrollados para los resultados de los diseños de experimentos.

## ABSTRACT

The Response Surface Method (RSM) was used successfully in the sludge filtration process. Employing the recommended experimental design the optimum conditions of the filtration was quickly accomplished, performing specific number of experiments. Polymer CALGON-2640 was used as coagulant for all the experiments. Three different solids were used individually as conditioners, and the easily filtration of the sludge after conditioning was performed for each solid. The conditioner solids came from different sources, while the sludge for filtration comes from the Regional Waste Water Plant at Barceloneta-Puerto Rico.

Optimizing the yield-filtration of the sludge, for fast filtration, requires three steps in experimental design, a factorial design, ascendant steps, and the composite factorial design. The optimizing variable, the yield of filtration, was measured in mass of solids per area unit and per time; while the independent variables are the quantity of solid conditioner in percent by mass, and the amount of coagulant in mass per volume.

The optimum conditions for the yield-filtration in a conditioning sludge-polymer-ash is accomplished using 150% by mass of ash, solids coming from sludge incinerator, and with a polymer concentration as 60g/L. The process of filtration required 21 seconds. In conditioning sludge-polymer-bagasse the optimum conditions requires 30% by mass of bagasse coming from a cane sugar plant and a polymer concentration of 70 g/L, obtaining 12 seconds for the filtration process. Finally cement dust was used in 170% by mass and 60 g/L for sludge conditioning and processing the matrix for filtration during 60 seconds in optimum condition.

Numerical methods were used to develop the different models supported by Mathcad<sup>TM</sup> software, the analysis of variance (ANOVA) complemented the calculations and were developed for the results of experimental designs.

# **CAPITULO 1**

## **INTRODUCCIÓN**

Las plantas de tratamiento de aguas residuales experimentan serios problemas con la disposición final de los residuos sólidos los cuales proveniente de los proceso del tratamiento del agua residual. Los altos niveles de tratamiento, requerido para satisfacer las estrictas regulaciones, resultan en la producción de largas cantidades de sólidos en la forma de lodos diluidos. En los lodos debe separarse el sólido del líquido, no solamente para reducción de volumen, sino también para obtener un producto intermedio el cual se trata usando técnicas de estabilización formando composta o disponer del solido por quemado.

La planta de tratamiento de aguas residuales en Barceloneta-Puerto Rico, Barceloneta Regional Wastewater Treatment Plant (BRWTP), procesa la mezcla de aguas residuales industrial y doméstica. Gran parte de las aguas residuales se originan en las plantas farmacéuticas ubicadas en las vecindades de la BRWTP. La planta tiene capacidad para el tratamiento secundario donde utiliza el proceso de lodo activado produciendo gran cantidad de solidos que se suma a los lodos provenientes del tratamiento primario. Durante ocho años continuos los investigadores en el Colegio de Ingeniería de la Universidad de Puerto Rico enfocaron sus esfuerzos en la búsqueda de alternativas de manejo apropiado para el lodo producido en esta planta de tratamiento. Una de las razones por la búsqueda de alternativas es porque la disposición actual de los lodos en los terrenos está provocando problemas en las vecindades ya que los terrenos están siendo saturados con materiales residuales y resulta problemático la disponibilidad de manejo de otros suelos libres de lodo.

Algunas alternativas de manejo de los lodos provenientes de la BRWTP son: transformar los lodos en composta, procesamiento por digestión anaeróbica, y separación de la mayor cantidad de sólidos como etapa previa a la disposición final de quemado. El contenido de sólidos en el lodo usualmente está en el rango de 2 – 5%, lo restante es agua.

El agua debe separarse de este material de modo que se pueda obtener la mayor cantidad de sólidos como sea posible, de modo que la carga térmica en los quemadores de lodo se pueda fijar adecuadamente. La separación de agua de los lodos es usualmente llevada a cabo usando filtros, ya sea filtros de vacío o filtros que operan a presión sobre la atmosférica.

La filtración de estos lodos usualmente produce camada de sólidos altamente compresibles los cuales son difíciles de separarse del agua por la aplicación de un gradiente de presión (Peña, 1987[1, 2]; Sürücü and Cetin, 1989). El acondicionamiento químico con coagulantes ayuda al proceso de filtración por el agregado de diminutas partículas gelatinosas formando coágulos enormes con menor afinidad por el agua (Christensen, et al., 1981; Stroth and Sthal, 1990; Tutela, 1991 [3, 4, 5] ). El incremento en el tamaño de las partículas permite la reducción de la resistencia específica de filtración por el efecto en la reducción de fricción viscosa por unidad de masa y produce una camada sólida porosa. No obstante, si el lodo en el filtro es altamente compresible, las partículas experimentan deformación, bajo el efecto de la presión durante la fase de compresión la que inicia el crecimiento del empaque sólido. El efecto de la deformación de las partículas en el filtro se manifiesta como la obstrucción de los canales por las que circula el agua e impiden una eficiente separación sólido-líquido.

El acondicionamiento efectivo de sólidos no solamente reduce la resistencia específica de la filtración, sino también reduce la compresibilidad de la camada sólida en el filtro. Acondicionadores físicos pueden resolver el problema de compresibilidad en la camada sólida de los filtros. Estos materiales que son relativamente inertes son conocidos como “soportes para crecimiento” debido a que cuando son incorporados a los lodos, forman estructuras reticulares permeables y rígidas y retienen su porosidad bajo los efectos de presiones elevadas. Ejemplos de soportes para crecimiento reportados en la literatura son partículas de cenizas livianas e hidróxido de calcio hidratado o cal hidratada (Zall, et al., 1987 [6]).

Este estudio explora la viabilidad técnica de procesar por filtración el lodo proveniente del tratamiento primario de la BRWTP acondicionando el lodo con polímero y diversos soportes de crecimiento. La filtración del lodo es considerada como la etapa previa para disponer el lodo finalmente en un proceso de combustión. El método empleado en el trabajo se conoce como Superficie de Respuestas (MSR) y se utiliza para los acondicionamientos del lodo con tres sólidos diferentes y el coagulante común.

El método MSR es utilizado actualmente en muchos trabajos de optimización, tal como se resume en los siguientes párrafos.

La obtención de lozas de arcilla para cubiertas fue obtenida con alta plasticidad, cuando arcillas de alta densidad fueron mezcladas con 50% de cenizas finas de quemado de carbón y tratadas a 925°C. Para alcanzar estas condiciones se utilizó el MSR como desarrollo de la parte experimental. Estas propiedades mecánicas no se encuentran en los materiales convencionales arcillosos por lo que se muestra un avance importante en materiales cerámicos [7].

La eficacia del MSR también es demostrado en la síntesis de hidroquinona fructuosa (HQ-Fru), en condiciones óptimas la máxima concentración alcanzada de HQ-Fru es 1.09 g/L, para lo cual las variables independientes fijadas tienen concentraciones de 350mM de hidroquinona, 115 mM de sacarosa, y 0.70 U/mL de Levansacarosa [8].

Otra aplicación interesante de MSR corresponde al proceso de síntesis de agentes que estimulan una respuesta de inmunidad a infecciones virales en humanos (Human interferón  $\beta$ , IFN- $\beta$ ). Estos agentes demuestran tener propiedades antivirales, anticancerígenos, e inmunomoduladores.

IFN- $\beta$  es utilizada en tratamiento de esclerosis múltiple, hepatitis viral crónica, y artritis reumatoide. El Interferon de recombinación  $\beta$  (rhIFN- $\beta$ ) es portador de IFN- $\beta$ , y puede obtenerse en la fermentación usando la bacteria *Escherichia coli* y células ováricas de ratas. La máxima producción de rhIFN- $\beta$  es obtenida a una concentración de 0.255 g/L, para lo cual las tres variables que fijan estas condiciones óptimas son: 7.81g/L de glucosa, densidad óptica (600 nm de longitud de onda) 1.66, y temperatura de 30.3°C. Aquí el agente rhIFN- $\beta$  es portador del IFN- $\beta$ , agente que se es requerido como producto final [9].

## **CAPITULO 2**

### **TRABAJOS PREVIOS**

#### **2.1 Polímeros para Coagulación**

Los sólidos suspendidos en líquidos resultan de la dispersión de las partículas de baja densidad y pequeños en tamaño. Las fuerzas desarrolladas en el líquido equilibra la fuerza de acción de la gravedad manteniendo a las diminutas partículas en suspensión. La siguiente discusión teórica proviene de una publicación técnica Polymer Flocculation, Environmental Protection Agency [10].

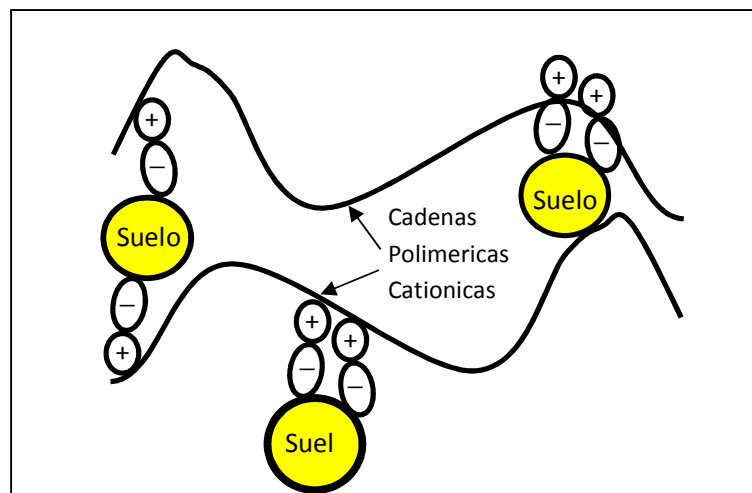
Los sólidos suspendidos resultan ser los medios donde se desarrollan poblaciones de microorganismos, los cuales resultan peligrosos si están presentes en fuentes de agua superficiales o de pozos destinados a usos como riego o para potabilización. Las aguas residuales son ejemplos comunes de mezclas entre sólidos y líquidos con fracciones de sólido suspendido con niveles altos. También es conocido que los sólidos suspendidos provocan turbidez en el agua, la turbidez depende de la cantidad de sedimento suspendido, de la materia orgánica disuelta, y de la presencia plancton en el agua. La turbidez en el agua degrada el hábitat de los peces y otras vidas acuáticas. La reducción en los niveles de light puede reducir la vegetación acuática sumergida, la cual provee la cubierta necesaria para la sobrevivencia de especies para depredadores. La turbidez también reduce la visibilidad de los depredadores que no les permite ubicar a las especies evasivas. Esto afecta la cadena de alimentos en ríos donde las descargas de agua contienen elevada cantidad de sólidos suspendidos.

El instrumento que mide la turbidez de un líquido se llama nefelómetro; este trabaja induciendo haces de luz a través de la muestra líquida y mide la dispersión de la luz con un detector fijado a lado de la fuente de luz, corrientemente a 90°. La densidad de la partícula es una función de la luz dispersada a través del detector por los sólidos suspendidos en el líquido.

La forma de reducir la turbidez es a través de procesos de coagulación, los agentes químicos utilizados enlazan a las partículas suspendidas formando estructuras macroscópicas llamadas floculo, los cuales son suficientemente pesados que precipitan y permiten separarse del líquido. La complejidad estructural de los sólidos suspendidos promovió el desarrollo de materiales

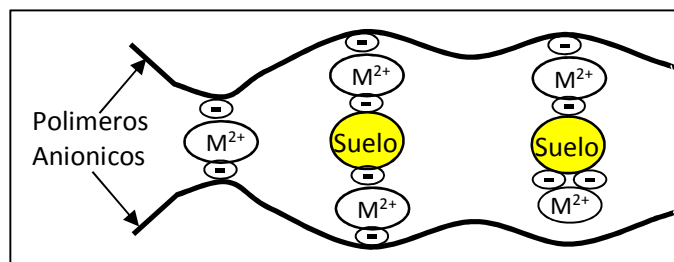
poliméricos con densidades de carga positivas llamadas catiónicas o cargadas negativamente llamadas aniónicas.

Muchos de los materiales comerciales disponibles consisten de mezclas con cargas catiónicas y aniónicas, de modo que su utilización produce efectiva coagulación con los sólidos suspendidos cuya complejidad estructural podría envolver cargas positivas y negativas.



**Figura-1:** Coagulación utilizando polímeros catiónicos, tomado directamente de Polymer Flocculation, Environmental Protection Agency [10].

Los polímeros catiónicos resultan tóxicos para el medio ambiente por lo que se busca usar mayormente polímeros aniónicas. Para ello tiene que incrementarse la presencia de iones metálicos cargados positivamente representados como  $M^{2+}$  y uno de los iones más comunes es el de calcio por ser abundante y de bajo costo. La Figura-2 muestra como estos aniones interactúan con sólidos suspendidos para provocar la coagulación estimulada por las cadenas largas poliméricas. La figura muestra a los cationes formando puentes iónicos, y agregados donde las partículas suspendidas, representadas como “suelo” son atrapadas entre cadenas de polímeros aniónicas. Otro arreglo observado es un punto de enlazamiento con una cadena polimérica mientras que el otro extremo del catión es neutralizado por iones negativos que no enlazan al polímero.



**Figura-2:** Esquema de coagulación donde los polímeros aniónicos ayudan a la formación de coágulos para posterior precipitación y decantación. Polymer Flocculation, Environmental Protection Agency [10].

Los polímeros se agregan a la mezcla solido-liquido, luego de realizar estudios en laboratorio usando pruebas de jarras cuyos resultados sugiere la dosis para aplicarse. Para floculación de sólidos en agua para consumo humano usualmente se usa agentes inorgánicos como sulfato y cloruros de hierro y aluminio, debido a que estos polímeros no son tóxicos debido a su baja concentración en el tratamiento. Estos agentes precipitantes resultan de mayor efectividad que los coagulantes orgánicos debido a su alta densidad que ayuda a una rápida sedimentación.

En el caso de tratamiento de agua residual para la separación del solido de una mezcla en forma de lodo está generalizado el uso de polímeros orgánicos coagulantes. Esto atribuido a la alta concentración de sólidos, 1-5%.

Los flujos de agua provenientes de la red de desagüe doméstico, industrial o flujos combinados tienen que procesarse antes de descargarse a otras fuentes o recursos ambientales. El procesamiento de agua es obligado ya que las normas nacionales e internacionales exigen el cumplimiento con los límites máximos permisibles (LMP) de los parámetros de control para los efluentes de las plantas de tratamiento de aguas residuales (PTAR). Según la norma nacional dado por el Decreto Supremo 03-2010 promulgado por el Ministerio del Ambiente (MINAM) [8] los efluentes de PTAR en el Perú deben tener características según aparece en la Tabla-1.

Estos LMP resultan en un control para descargas de aguas residuales tratadas en una planta, y se vislumbra normas más estrictas de modo que los cuerpos receptores experimenten mínimos efectos negativos.



**Tabla-1:** Límites Máximos Permitidos (LMP) bajo Norma Nacional en Descargas de Agua Residual a fuentes de agua en el Perú

Parámetro	Unidad	LMP de efluentes para vertidos a cuerpos de agua
Aceites y grasas	mg/L	20
Demanda Bioquímica de Oxígeno	mg/L	100
Demanda Química de Oxígeno	mg/L	200
pH		6.5 – 8.5
Sólidos Totales en Suspensión	mL/L	150
Temperatura	°C	<35
Coliformes Termotolerantes	NMP/100mL	10,000

Tomado directamente de D.S. 03-2010-MINAM [11].

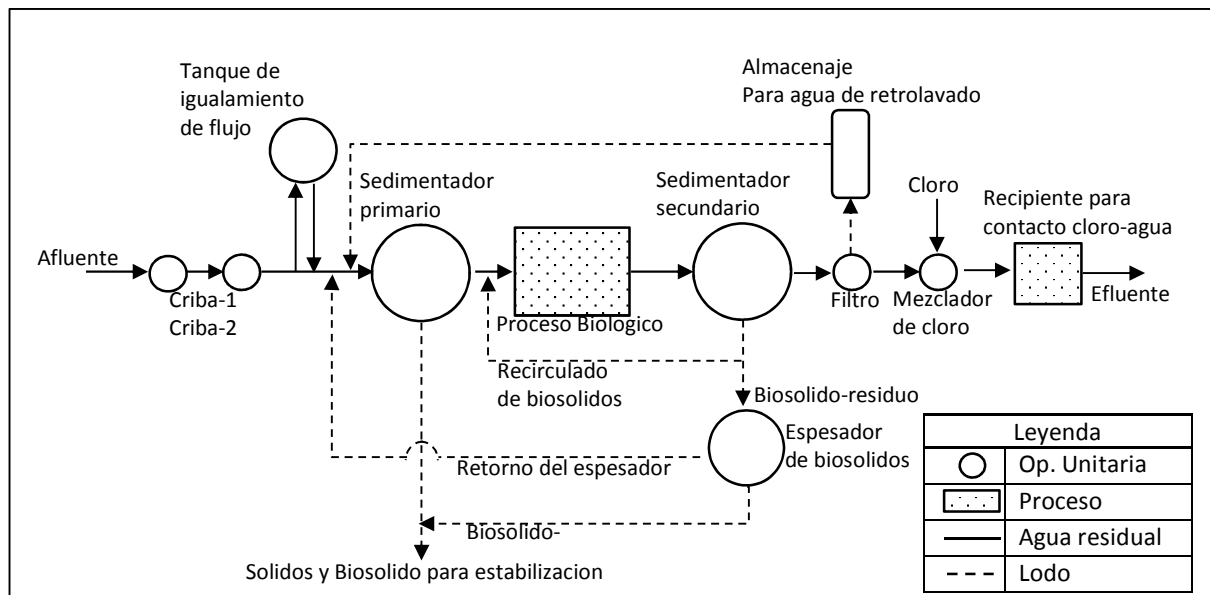
### 2.1.1 Plantas de Procesos de Tratamiento de Agua Residual (PTAR)

Las plantas de tratamiento de agua incluyen operaciones unitarias convencionales; es casi generalizada las operaciones hasta alcanzar el tratamiento secundario, refiérase a la Figura-3. El tratamiento terciario usualmente se incorpora cuando el agua procesada debe ser recirculada.

Los costos de inversión y los costos de operación de las PTAR son elevadas, por lo que las instalaciones actuales permiten que el flujo del agua sea natural debido a una diferencia en altura. Con ello se evita el uso de equipos adicionales para elevar el fluido y descargar en los recipientes para su tratamiento.

Otras restricciones para instalar las PTAR es la disponibilidad de terrenos, en muchos casos las aguas crudas sin tratamiento se ubican en lugares de difícil acceso y el área para el proceso en estos puntos no está disponible. La disponibilidad de energía eléctrica, para funcionamiento de los dispositivos en las plantas usualmente, usualmente está disponible; no obstante, su consumo y su costo asociado puede resultar cuestionable.

Es un reto actual establecer procesos con número de operaciones unitarias reducidas que provean excelente calidad en el tratamiento que pueda satisfacer las exigencias de las normas para descargas de PTAR. Esto requiere de esfuerzo multidisciplinario que permita encontrar consenso en los diseños de plantas modernas.



**Figura-3:** Planta de Tratamiento de aguas residuales que incluye el tratamiento secundario, elaborado usando como referencia Metcalf Eddy [12].

La planta de procesos PTAR mostrada en la Figura-3 claramente muestra que luego del tratamiento primario, que incluye el proceso biológico, el costo se incrementa ya que se instala un sedimentador secundario y se incluye el proceso de desinfección. Esto indica que debe buscarse alternativas técnicas de modo que el circuito de tratamiento concluya luego del sedimentador primario.

## **2.2. Sólidos inertes como acondicionadores de lodos**

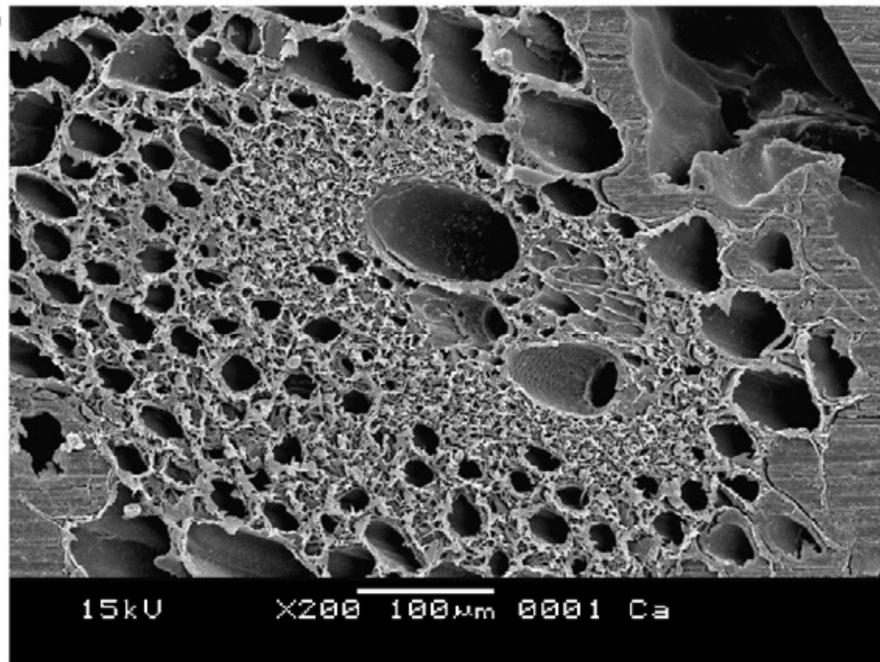
### **2.2.1 Fibras orgánicas de bagazo**

Los sólidos provenientes de tratamiento de aguas residuales resultan complicados para separarse del agua por filtración. La filtración es un método eficaz que puede reducir el tiempo de procesamiento para separación de los sólidos. No obstante, los sólidos ofrecen una resistencia elevada a la filtración, por lo que no resulta práctico la filtración directa. El método para separar el lodo por filtración requiere por tanto acondicionar el lodo, y un método consiste en alimentar sólidos externos que puedan evitar la deformación del lodo de modo que la matriz se pueda comportar cercanamente como sólidos compactos con presencia de canales a través de los cuales pueda circular el líquido de forma rápida mientras la matriz sólida es retenida.

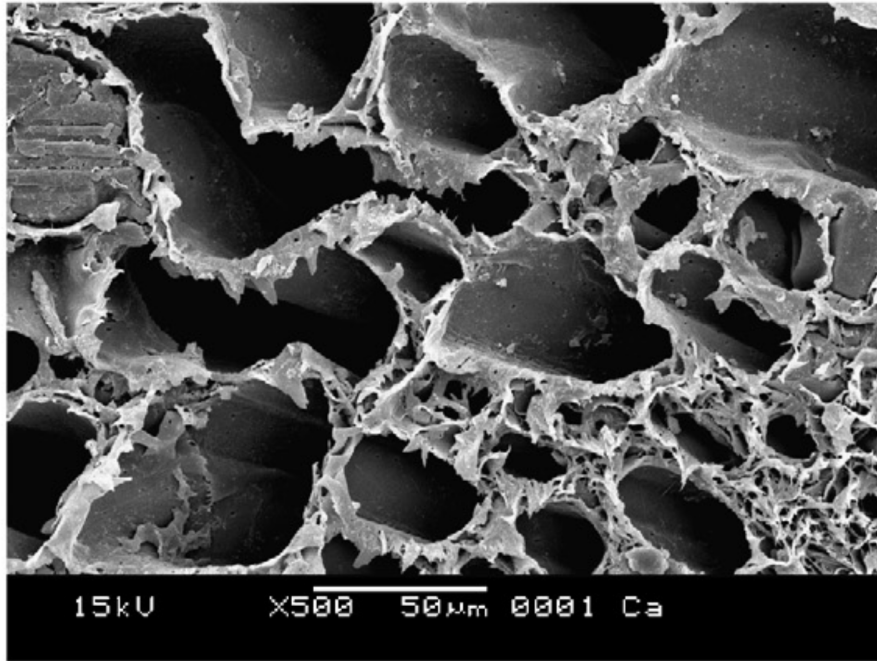
La fibra de bagazo es un potencial prospecto que puede utilizarse como acondicionador de lodos para filtración. Esta fibra tiende deformarse bajo efectos de presión pero tienen dos ventajas importantes: (1) la fibra tiene estructura porosa en forma de canales; (2) el material es puramente orgánico con poder calorífico alto.

Los poros definitivamente son ductos diminutos para forzar el transporte de agua y separar de los sólidos de forma eficaz, esta estructura fue demostrada por imágenes de microscopía de rastreo (SEM Scanning Electron Microscopy) llevado a cabo por J.L. Guimaraes, y cooperadores [13].

El bagazo es un material orgánico cuyo contenido calorífico depende en el carbono e hidrógeno dentro de su estructura. Esta fibra formando la matriz de filtración puede disponerse finalmente por quemado reduciendo la demanda combustible para su destrucción. Por estos factores la fibra de bagazo es un material apropiado para mejorar la separación de sólido-líquido y su posterior disposición por quemado del sólido. Trabajos de la composición química de bagazo están publicados en [13], donde muestran la fibra de bagazo incluye en su composición 54.87% de celulosa, mientras que otros componentes son holocelulosa, hemicelulosa, y lignina. Las imágenes mostradas a continuación son de la estructura del bagazo. Estas imágenes son reportadas luego de aceptarse el permiso a través del Dr. K. G. Satyanarayana [13].



**Figura-4:** Corte transversal de una fibra de bagazo con factor de aumento de 200, en la parte central de la fibra se observa canales diminutos mientras que en la región periférica los diámetros transversales de los canales son mayores. El documento original reporta a esta fotografía como Fig. 5. (c); la publicación en este documento es posterior a la autorización para uso académico de la imagen por el Dr. K. G. Satayanarayana [13].



**Figura-5:** Corte transversal de una fibra de bagazo con factor de aumento de 500, claramente se puede apreciar los ductos internos que pueden favorecer procesos de filtración. El documento original reporta a esta fotografía como Fig. 5. (d); la publicación en este documento es realizada posterior a la autorización para uso académico de la imagen por el Dr. K. G. Satayanarayana [13].

### **2.2.2 Sólidos Inorgánicos Inertes como Acondicionador**

Los sólidos inorgánicos químicamente inertes tienen su estructura indeformable bajo condiciones de cargas de presión convencionales experimentadas en filtración. Su forma es variada, no obstante, material fino que proviene de procesamiento de cemento, o de quemado de carbón mineral tiende a formas partículas esféricas de tamaños diferentes [14].

Adicionalmente a la rigidez de estas partículas, la presencia de rugosidad en su superficie es un enorme atractivo para utilizarlos como medios filtrantes de sólidos deformables como son los lodos provenientes de tratamiento de agua residual. Bajo el efecto de filtración la matriz o camada constituida por partículas de lodo y sólido tienen estructura porosa que permite el paso de líquido y ayuda a una rápida separación sólido-líquido.

Las partículas que provienen de quemado de carbón están creando problemas de acumulación en aquellos lugares donde la producción de energía eléctrica depende de este recurso natural. La alternativa de consumo de estos materiales es producir una mezcla con concreto para aplicaciones en estabilización de suelos y estructuras basados en el uso de agregados para cemento [14].

Las cenizas extremadamente livianas que no precipitan en los hornos de quemado de carbón se usan como materiales suplementarios para cemento. Estas cenizas se dividen en dos clases basadas en la fuente usada, y en Estados Unidos la especificación de estas cenizas está normalizada por ASTM C618 Standard Specification for Class Fly Ash and Raw or Calcined Natural Pozzolan for use in Concrete (AASHTO M 295), [15]. La Tabla-2 resume las especificaciones de cenizas según la norma mencionada.

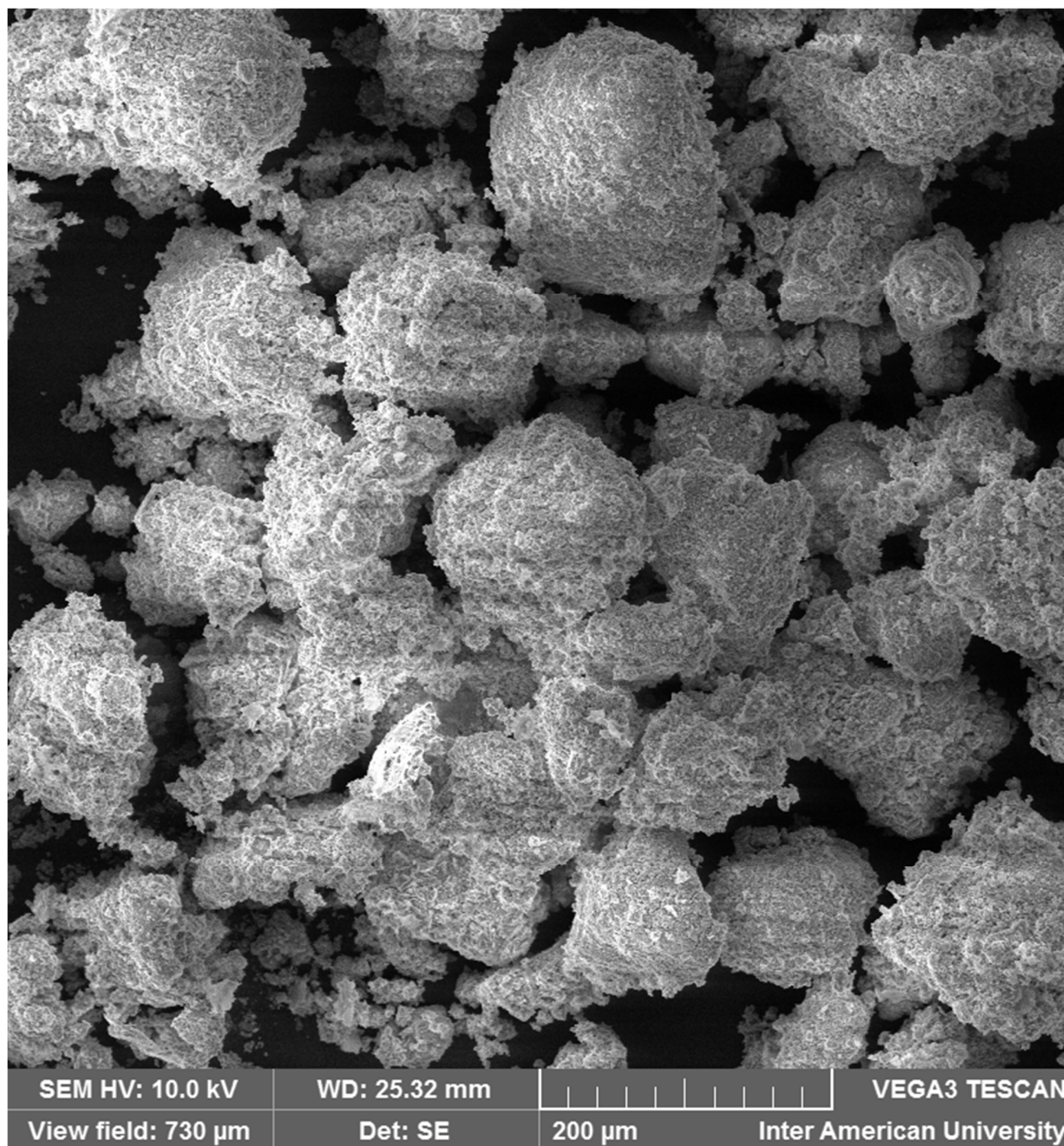
Las cenizas en algunos lugares provocan problemas serios de acumulación de sólidos inertes, como ejemplo dramático es el que ocurre en Puerto Rico donde la producción de cenizas en el sur de la Isla es cercana a 200,000 TM por año. Debido a la crisis en la construcción de edificios y carreteras aún no se encuentran otras aplicaciones prácticas que den solución definitiva a la excesiva acumulación de material inerte. El uso como medio filtrante tampoco resolvería el problema, no obstante por sus propiedades físicas y químicas podemos aprovecharlos para uso en filtración.

**Tabla-2:** Especificaciones para partículas de cenizas livianas dado por ASTM C618

Clase	Descripción en la Norma ASTM C618	Requerimientos Químicos
F	Ceniza liviana producida en el quemado de antracita o carbón bituminoso que cumpla con los requisitos aplicables para esta clase como se da en el ASTM C618.  Estas cenizas tienen propiedades puzolanas.	$\text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 \geq 70\%$
C	Ceniza liviana producida de carbón lignito o carbón sub-bituminoso que cumpla con los requisitos aplicables para esta clase como se da en el ASTM C618. Esta clase de ceniza además de tener propiedades puzolanas, también tiene propiedades de cemento. Algunas cenizas Clase-C puede contener oxido de calcio mayores al 10%	$\text{SiO}_2 + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 \geq 50\%$

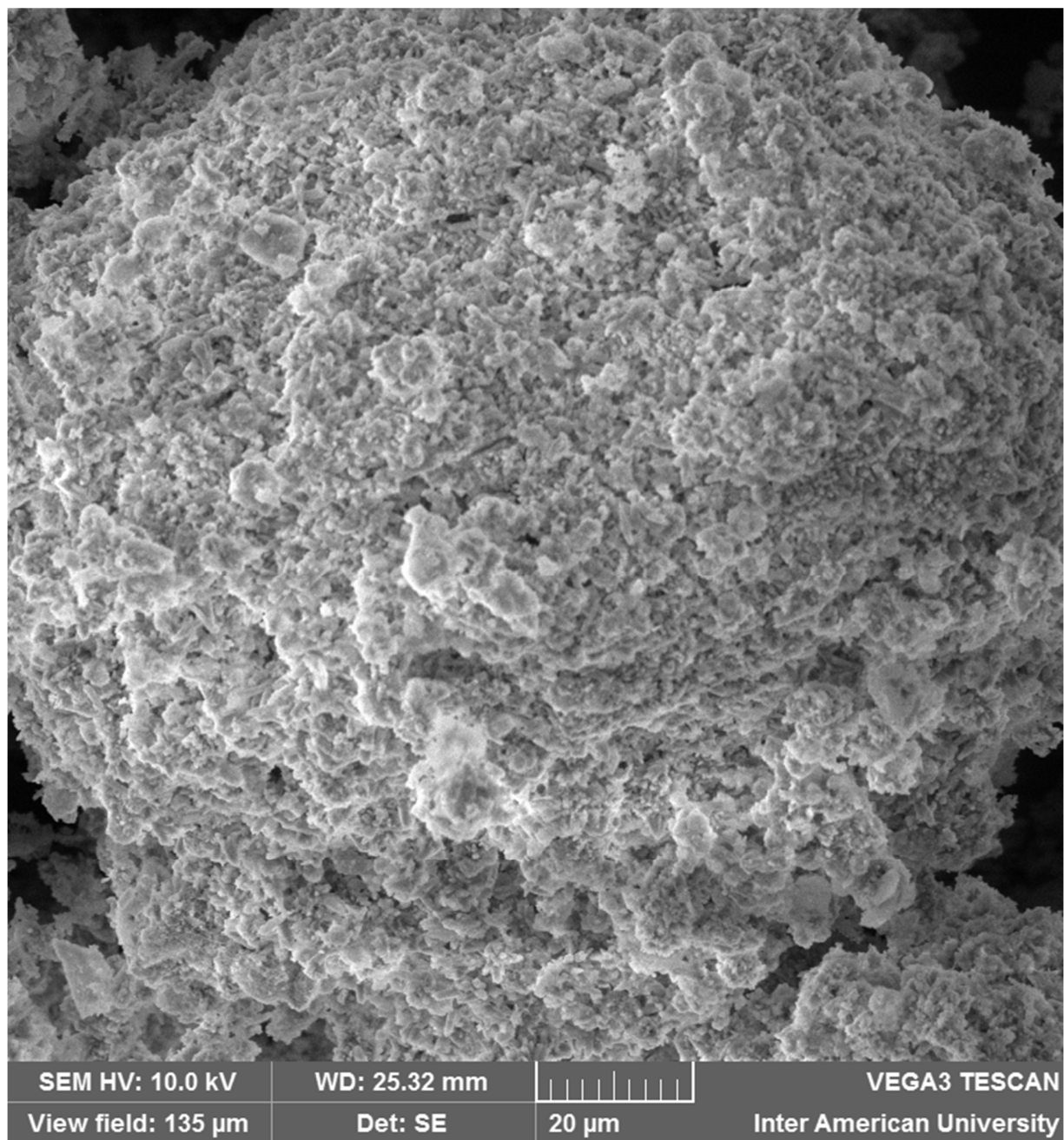
Traducido directamente del trabajo de Michael Thomas [15]

Estudios preliminares de partículas finas que no precipitan en los quemadores de carbón, demuestran gráficamente la rigidez y la forma cercanamente esférica de estas partículas. El estudio fue llevado a cabo en el Laboratorio de Microscopia y Metalografía de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón. Las imágenes son mostradas a continuación y provienen de Microscopia de Barrido de Electrones cuyas siglas en Ingles son SEM (Scanning Electron Microscopy).



**Figura-6:** Imagen de partículas extremadamente livianas, estas son producidas durante el quemado de carbón. La imagen de SEM muestra que la población de las partículas tiende a adoptar formas esféricas de diferentes tamaños. El agregado no es compacto y se observan canales entre partículas que permiten su aplicación como medio filtrante. La imagen obtenida es una cooperación de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón [14].





**Figura-7:** Imagen de una partícula liviana, estas son producto del quemado de carbón. La imagen de SEM muestra que la partícula tiene forma esférica con la superficie rugosa. La rugosidad es el medio para soporte de partículas deformables del lodo. La imagen obtenida es una cooperación de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Bayamón [14].

## CAPITULO 3

### Relaciones matemáticas de filtración aplicada a acondicionamiento de lodos

#### 3.1 Acondicionamiento de lodos y filtración

La ecuación básica de filtración proviene de la ley de Darcy, derivado para flujo de fluidos a través de empaques porosos. Para un fluido incompresible, la razón volumétrica de flujo en la filtración está dado por Peña, 1987 [1]

$$\frac{dV}{dt} = K \left( \frac{P A}{\mu l} \right) \quad (1)$$

donde

V es el volumen total de filtrado en algún tiempo t

$\Delta P$  es la diferencia en presión

$\mu$  es la viscosidad del filtrado

$l$  es el espesor del empaquetamiento solido formado

A es el área de filtrado

K es la permeabilidad del empaquetamiento solido formado

Si la resistencia a la filtración, R, es definido como  $R = K^{-1}$ , entonces

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{R} \left( \frac{\Delta P A}{\mu l} \right) \quad (2)$$

En muchas operaciones de filtración, una película de empaquetamiento se deposita sobre la superficie de filtración e incrementa su espesor según transcurre el tiempo. La resistencia a la

filtración depende de ambos del filtrado líquido y del solido formado. La Ecuación (2) puede escribirse como:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta P A}{\mu(l R + l_m R_m)} \quad (3)$$

donde  $l_m$  y  $R_m$  son el espesor y la resistencia a la filtración del medio filtrante y  $(l R)$  relacionado con el líquido.

El volumen del solido en el filtro puede expresarse como  $l A = v V$ , donde  $v$  es el volumen del líquido por unidad de volumen de filtrado. Substituyendo en la Ecuación (3),

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta P A^2}{\mu(v V R + l_m R_m A)} \quad (4)$$

La ecuación de Poiseuille es una modificación de la ecuación de Darcy que expresa la cantidad de solidos secos por unidad de volumen de filtrado,  $w$  en  $\frac{kg}{m^3}$  [1]:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta P A^2}{\mu(w V r + l_m R_m A)} \quad (5)$$

donde  $r$  se define como la resistencia específica del sólido (por unidad de masa). Por integración y cuando  $t = 0$   $V = 0$  la Ecuación (5) es reordenada:

$$\frac{t}{V} = \frac{\mu w r}{2 \Delta P A^2} V + \frac{\mu l_m R_m}{\Delta P A} \quad (6)$$

Según el modelo dado por la Ecuación (6) resulta el modelo lineal de modo si se grafica  $t/V$  versus  $V$ , la línea tiene una pendiente,  $b$ , dado por:

$$b = \frac{\mu w r}{2 \Delta P A^2} \quad (7)$$

De la Ecuación (7) se puede obtener la expresión para la resistencia específica dado por:

$$r = \frac{2 \Delta P A^2 b}{\mu w} \quad (8)$$

La resistencia específica cuantifica la facilidad con la que se puede filtrar el lodo, y es usado como un parámetro para clasificar la efectividad de los acondicionadores y elegir la dosis apropiada, Rebhun, et al.. 1989 [16]. La reducción de la resistencia específica se traduce en mejora de la filtración del lodo. En los casos de acondicionamiento de lodos donde no se altera apreciablemente la cantidad de solido respecto a la matriz original, entonces la resistencia específica se utiliza como medición para fijar la dosis optima de coagulantes. No obstante, cuando se utiliza grandes cantidades de acondicionadores sólidos para formar los soportes para crecimiento de lodos en el filtro, la matriz final contiene gran cantidad de sólidos, sólidos originales más los sólidos para soportes de crecimiento.

La resistencia específica de la nueva matriz acondicionada puede ser pequeña, y la razón de separación de solido alta, pero puede ocurrir que la razón de remover solidos de lodo original no necesariamente es alta. Entonces la resistencia específica bajo este escenario solo puede utilizarse como criterio para comparar las dosis de acondicionadores cuando la cantidad de sólidos en el lodo es relativamente constante, independiente de la dosis de acondicionador. Si la cantidad de solidos acondicionadores es elevada, otro parámetro de medición es necesario para expresar la facilidad de los lodos para su filtración.

En los procesos de acondicionamiento de lodos el objetivo es mejorar el rendimiento del proceso de filtración (razón de solidos filtrados por unidad de área y por unidad de tiempo), entonces la facilidad de filtración requiere de la expresión directamente en forma de rendimiento,  $Y$ , y es definido como:

$$Y = \frac{w V}{t A} \quad (9)$$

La relación entre la conversión y la resistencia específica se obtiene a partir del análisis de la Ecuación (6) donde se pueda incluir el tiempo. Si la resistencia del medio líquido es pequeña

comparado con la resistencia en los sólidos, de la Ecuación (6) se puede obtener la expresión para el tiempo, t, como:

$$t = \frac{\mu r w V^2}{2 \Delta P A^2} \quad (10)$$

Luego de combinar las Ecuaciones (9) y (10) se obtiene la nueva expresión para la conversión:

$$Y = \sqrt{\frac{2 \Delta P w}{\mu r t}} \quad (11)$$

La Ecuación (11) expresa la conversión teórica de todos los sólidos en el lodo acondicionado. Para expresar la conversión neta de sólidos del lodo requiere el uso de un factor de corrección. La conversión de sólidos netos de lodo,  $Y_N$ , se expresa como

$$Y_N = F \left( \sqrt{\frac{2 \Delta P w}{\mu r t}} \right) \quad (12)$$

donde

$$F = \frac{\text{masa de solidos en el lodo}}{\text{Masa de solidos en el lodo} + \text{masa de solidos acondicionadores}} \quad (13)$$

La Ecuación 12 se puede obtener de la siguiente combinación:

$$Y = \frac{w V}{t A} \quad (12)$$

Substitución de 10 en 12:

Reordenando:

$$t = \frac{\mu r w V^2}{2 \Delta P A^2} \quad (10)$$

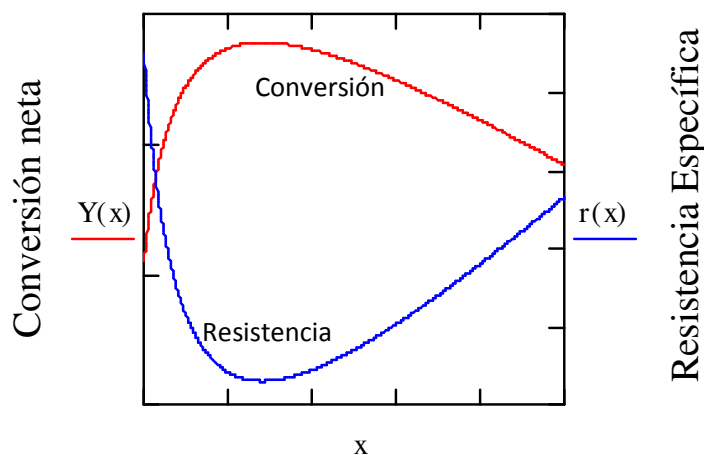
$$Y = \frac{w V}{\frac{\mu r w V^2}{2 \Delta P A^2} A}$$

$$Y = \frac{2 \Delta P A w}{w V \mu r \frac{t A}{t A}}$$

$$\begin{aligned}
Y &= \frac{2 \Delta P A w}{\frac{w V}{t A} \mu r t A} \\
Y &= \frac{2 \Delta P A w}{Y \mu r t A} \\
Y^2 &= \frac{2 \Delta P w}{\mu r t} \quad (12)
\end{aligned}$$

Las Figuras 8 y 9 ilustran claramente la diferencia en el uso entre la resistencia específica y la conversión neta de sólidos para procesos de filtración en la que se dosifica acondicionadores, Rebhun, et al., 1989 [16]. Para el caso de acondicionamiento químico en la Figura 1, se aprecia una respuesta generalizada de sobredosificación. Debido a que en acondicionamiento químico, en términos prácticos, no se afecta el contenido de sólidos del lodo acondicionado, la tendencia de la facilidad de filtración expresada en conversión neta resulta en una imagen opuesta respecto a la tendencia de la facilidad de filtración expresada como resistencia específica.

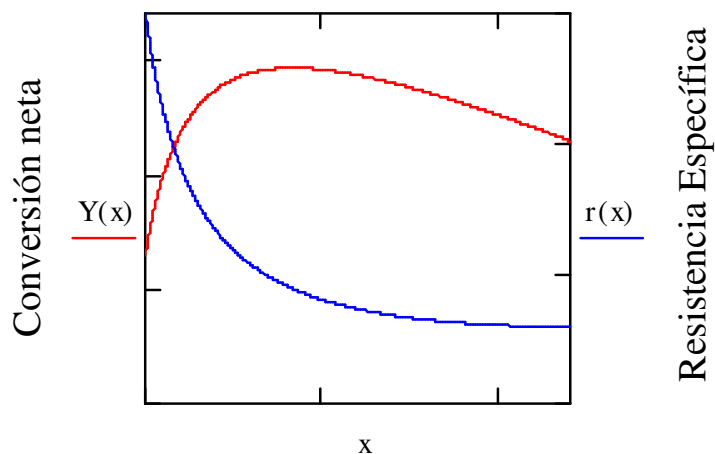
En el acondicionamiento físico la sobredosis no se manifiesta en el comportamiento de la resistencia específica [17], y continúa disminuyendo según se incrementa la dosis de coagulante.



### Acondicionador Químico

**Figura-8.** Comparación de la facilidad de filtración expresada como resistencia específica y conversión neta como función de la dosis de coagulante como acondicionador de lodos.

No obstante el comportamiento de conversión neta adopta un valor máximo lo cual es un excelente indicativo que determina la variable para optimizar los procesos de acondicionamiento de lodos.



### Acondicionador Químico

**Figura-9.** Comparación de la facilidad de filtración expresada como resistencia específica y conversión neta como función de la dosis de solidos como acondicionador de lodos.

### 3.2 Optimización del proceso de acondicionamiento usando el método superficie de respuesta

Usualmente el acondicionamiento de lodos combina la dosis de coagulantes químicos y la cantidad de sólidos acondicionadores. Debido a que la matriz compuesta es compleja, se requiere de un apropiado diseño de experimentos para obtener las dosis óptimas de los acondicionadores de forma simultánea. El método compuesto se llama método de superficie de respuesta (Response Surface Methodology, RSM) Montgomery, 2012 [18]. RSM analiza problemas en el cual diferentes variables independientes influyen en una variable dependiente o respuesta, y el objetivo es obtener el valor óptimo de esta respuesta. Las variables independientes pueden representarse como  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Se asume que estas variables son continuas y pueden controlarse por el experimentador de modo que el error en medir estas variables es suficientemente pequeño. La respuesta,  $y$ , se asume como una variable aleatoria.

Por ejemplo, supóngase que un ingeniero químico tiene interés en determinar la magnitud de la temperatura ( $x_1$ ) y la magnitud de la presión ( $x_2$ ) que permitan obtener el valor máximo de la conversión en un proceso. La relación entre la magnitud de la respuesta observada y las magnitudes de las variables temperatura y presión puede expresarse como:

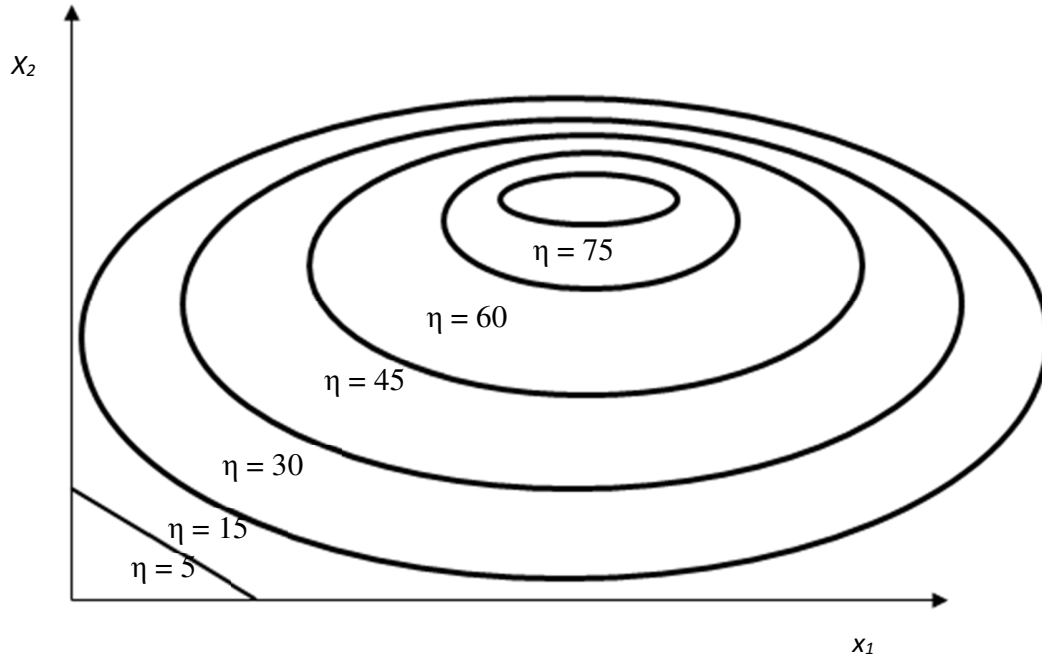
$$y = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad (14)$$

donde  $\varepsilon$  es el componente del error aleatorio. Si la respuesta esperada se denota como  $E(y) = \eta$ , entonces la superficie de respuesta representada por  $\eta = f(x_1, x_2)$  se llama superficie de respuesta. La forma gráfica de la superficie de respuesta puede representarse en dos dimensiones, donde  $x_1$  y  $x_2$  son representados en un plano y observando los valores de la respuesta  $E(y)$  en un eje perpendicular al mencionado plano. Los diagramas de bordes de superficies representan valores constantes de la respuesta lo cual ayuda a identificar a las superficies de la respuesta, tal como se muestra en la Figura-10.

En la solución de problemas utilizando RSM, la relación entre la respuesta y las variables independientes es desconocida. En una primera etapa del proceso es encontrar una aproximación razonable para la actual relación entre la respuesta y las variables independientes. Si la respuesta es apropiadamente modelada por una función lineal respecto a las variables independientes, entonces el modelo de la aproximación de primer orden se representa como:



$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (15)$$



**Figura-10.** Superficie de respuestas para dos variables independientes

Si existe curvatura y la relación nos es satisfactoria en términos lineales, entonces se postula una relación usando un polinomio de orden mayor, la expresión de segundo orden se expresa como:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i^2 + \sum_{i < j} \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (16)$$

El método de RSM usualmente utiliza uno o ambos modelos, el lineal y cuadrático. La técnica de regresión utilizando mínimos cuadrados se utiliza para estimar los parámetros en los polinomios aproximados.

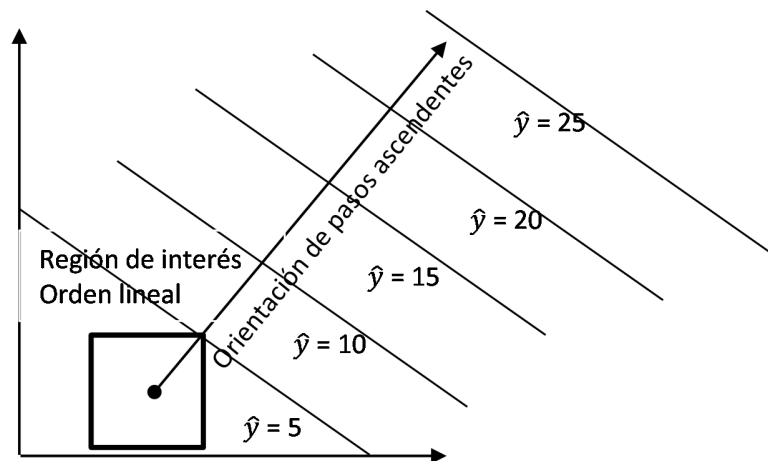
RSM incluye procedimientos en secuencias consistentes; cuando las condiciones de experimentación se ubican en un punto en la superficie de respuesta el cual está alejado del punto óptimo, se obtiene una ligera curvatura en el sistema y en este caso el modelo del polinomio de primer orden es apropiado. El objetivo del uso de RSM es permitir al experimentador acercarse a las vecindades de las condiciones óptimas de forma rápida y eficiente. Una vez alcanzada la región optima, un modelo más elaborado como el de superficie de respuesta se utiliza de modo que en un análisis corto se identifique el punto óptimo. De la Figura-11 se puede observar que el

análisis de una superficie de respuesta equivale a subir a través de un elevado resultando para cada etapa el incremento de la respuesta, donde la parte más elevada representa la respuesta máxima.

El método de pasos ascendentes es el procedimiento para mover secuencialmente los valores de las variables independientes a lo largo de una trayectoria donde se obtiene un mayor incremento en la respuesta. Previo al proceso de etapas ascendentes se utiliza el modelo de polinomio de primer orden de forma resumida y puede expresarse como:

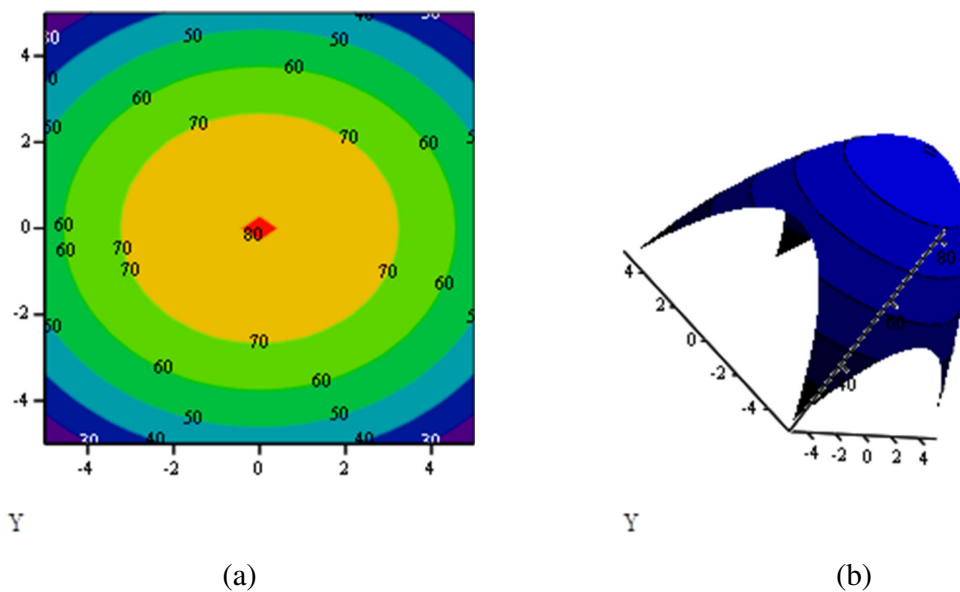
$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i x_i \quad (17)$$

Las bordes de  $\hat{y}$  son una serie de líneas paralelas tal como se muestra en la Figura-11. La dirección de los pasos ascendentes es perpendicular a los bordes de las superficies. Generalmente la dirección de los pasos ascendentes viene a ser una línea que pasa a través del centro de la región de interés y perpendicular a los bordes de la superficie tal como se muestra en la Figura-11. Entonces los pasos orientados en esta dirección son proporcionales al conjunto de coeficientes de la regresión  $\{\hat{\beta}_i\}$  del polinomio de primer orden. Los experimentos son elaborados a lo largo de los pasos ascendentes hasta que no se observe un incremento en la respuesta.



**Figura-11.** Superficie de respuesta de primer orden y dirección de los pasos ascendentes

Cuando los experimentos están relativamente cercanos a las condiciones óptimas, se requiere del modelo de segundo orden, el cual se representa usando la Ecuación 16. Este modelo se ilustra en la Figura 12, mostrando los resultados hipotéticos en las cuales las líneas de borde de las superficies representan la respuesta a la variación de dos variables independientes, la figura se muestra en dos y tres dimensiones:



**Figura 12.** Modelo de respuesta de segundo orden mostrando curvaturas pronunciadas.

**(a)** dos dimensiones; **(b)** tres dimensiones

El modelo de segundo orden es un modelo de aproximación adecuada en las vecindades de la región óptima. Supóngase es requerido encontrar los niveles de  $x_1, x_2, \dots, x_k$  los cuales permiten obtener el valor máximo de la respuesta. Si este punto máximo existe, entonces las derivadas parciales del modelo respecto a cada una de las variables evaluadas en  $x_1, x_2, \dots, x_k$  deben ser iguales a cero, lo cual indica:

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1} = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_k} = 0 \quad (18)$$

Este punto es conocido como *el punto estacionario*. Este punto estacionario puede representar (1) un valor máximo, (2) un valor mínimo, o (3) un punto de inflexión. El análisis del modelo de

la respuesta de segundo orden se llama *el análisis canónico*. Una parte de este análisis corresponde a la caracterización del punto estacionario.

El modelo general de respuesta como función de las variables independientes se expresa como:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \mathbf{x}^T \mathbf{b} + \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} \quad (19)$$

donde:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{11} & \hat{\beta}_{12}/2 & \hat{\beta}_{13}/2 & \dots & \hat{\beta}_{1k}/2 \\ & \hat{\beta}_{22} & \hat{\beta}_{23}/2 & \dots & \hat{\beta}_{2k}/2 \\ & & \hat{\beta}_{33} & \dots & \hat{\beta}_{3k}/2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ sim. & & \hat{\beta}_{k3}/2 & \dots & \hat{\beta}_{kk} \end{bmatrix} \quad (20)$$

El vector  $\mathbf{x}$  tiene dimensión de  $(k \times 1)$  e incluye a las variables independientes del modelo; el vector  $\mathbf{b}$  tiene dimensiones  $(k \times 1)$  e incluye los parámetros asociados con las variables elevadas al exponente uno; la matriz cuadrada  $\mathbf{B}$  tiene dimensiones  $(k \times k)$  e incluye en su diagonal a los parámetros asociados con las variables elevadas a exponentes mayores a uno. Los componentes simétricos en la matriz son los parámetros asociados con el efecto combinado de las variables divididos entre dos.

Para obtener las condiciones del punto estacionario,  $\mathbf{x}_0$ , se utiliza la operación matricial basada en el modelo general y está dado por Montgomery [18] según:

$$\mathbf{x}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{b} \quad (21)$$

También los valores de las variables independientes pueden estimarse derivando parcialmente el modelo de segundo orden respecto a cada variable e igualando a cero cada expresión resultante; este método permite encontrar un sistema de ecuaciones que deben resolverse simultáneamente según la Ecuación 18 y que puede expresarse como:

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{b} + 2\mathbf{B}\mathbf{x} = 0 \quad (22)$$

Por ejemplo para un modelo de respuesta de segundo orden, que depende de dos variables independientes  $x_1$  y  $x_2$ , la Ecuación 16 puede expresarse como:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 \quad (23)$$

De esta relación se obtiene:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{\text{óptimo}} \quad (23-a)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \quad (23-b)$$

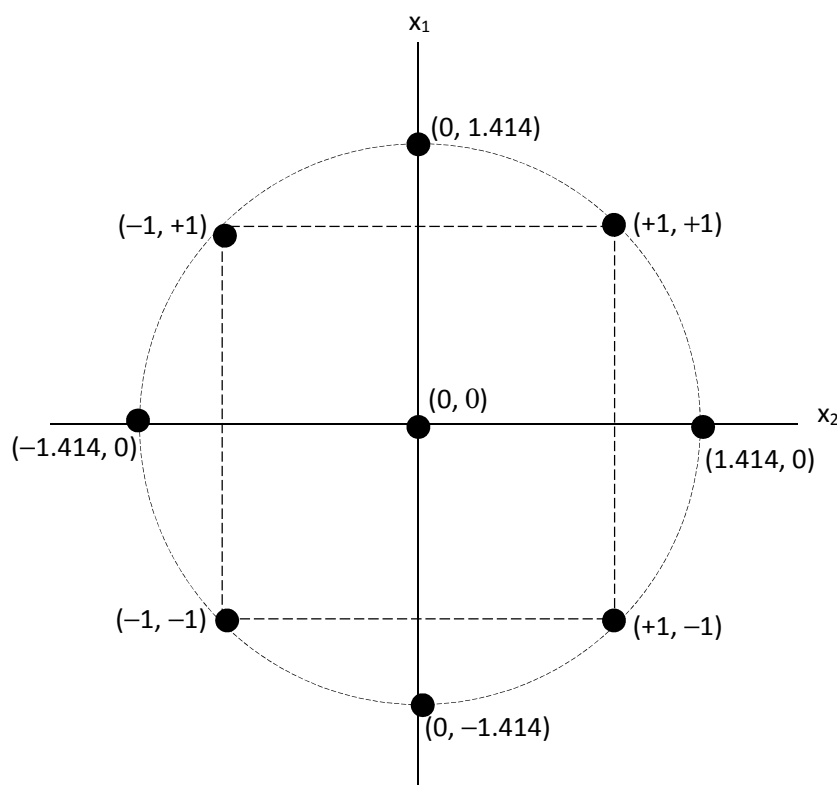
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_3 & \frac{\beta_5}{2} \\ \frac{\beta_5}{2} & \beta_4 \end{bmatrix} \quad (23-c)$$

Los valores propios de la matriz  $\mathbf{B}$  determinan las características de  $\mathbf{x}_0$ , utilizando los signos de estos valores propios es posible predecir diferentes circunstancias, Constantidines, 1999 [19]. Si los valores propios son negativos,  $\mathbf{x}_0$  es un máximo; si todos son positivos,  $\mathbf{x}_0$  es un mínimo; si los valores propios tienen diferente signo entonces  $\mathbf{x}_0$  es un punto de inflexión.

Para la caracterización del punto estacionario previamente debe determinarse los parámetros del modelo de segundo orden utilizando datos experimentales; estos parámetros se determinan utilizando el criterio de mínimos cuadrados. El diseño de experimentos utilizado es llamado *diseño central compuesto*. Estos diseños factoriales  $2^k$  (donde las magnitudes de las variables independientes son codificadas utilizando la notación  $\pm 1$ ) son incrementados en número de experimentos equivalentes a  $2k$  puntos axiales y  $n_0$  repeticiones en el punto central. Para dos variables independientes ( $k = 2$ ), Montgomery [18], muestra que los puntos axiales deben ubicarse en las coordenadas  $(\pm 1.414, 0)$  y en  $(0, \pm 1.414)$ , y el número de repeticiones en la parte central es  $n_0 = 5$ . El diseño central compuesto para dos variables independientes se ilustra en la Figura 13.

RSM es un esquema valioso y de mucha utilidad que se adopta en este trabajo para optimizar el acondicionamiento de lodos desde el punto de vista de la facilidad de filtración de la matriz acondicionada.

Este método se utilizó para un proceso de filtración de modo que se busca remover la máxima cantidad de líquido. En una etapa posterior los lodos puedan disponerse ya sea en suelos o disponer los sólidos por quemado de materia orgánica. Debido a que el acondicionamiento del lodo envuelve alimentación de agentes físicos o químicos al lodo original, el impacto de este acondicionamiento en la disposición final debe evaluarse cuidadosamente.



**Figura 13.** Diseño de experimentos central compuesto para dos variables independientes.

Experimentos adicionales son llevados a cabo para observar el perfil de los valores máximos o mínimos; debido a que las respuestas son aleatorias usualmente los modelos de regresión

respecto a la variable independiente los modelos matemáticos no son fáciles para desarrollarse. Los modelos convencionales pueden encontrarse en familias de sigmoides, en curvas de distribución estadística, curvas de crecimiento poblacional etc. La alternativa para los modelos matemáticos del perfil de rendimiento en la filtración utilizada es modelos de polinomio de orden tres para cada intervalo de datos discretos y convertir la información en funciones continuas.

La siguiente tabla resume la cantidad de datos requeridos para explorar los valores de la respuesta alrededor del punto estacionario.

**Tabla 3.** Diseño Central Compuesto para la región del punto estacionario

Variables Codificadas		Variables Naturales		Respuesta
$\xi_1$	$\xi_2$	$x_1$	$x_2$	$Y$
-1	-1	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$	$y_1$
-1	1	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$	$y_2$
1	-1	$x_{1,3}$	$x_{2,3}$	$y_3$
1	1	$x_{1,4}$	$x_{2,4}$	$y_4$
0	0	$x_{1,5}$	$x_{2,5}$	$y_5$
0	0	$x_{1,6}$	$x_{2,6}$	$y_6$
0	0	$x_{1,7}$	$x_{2,7}$	$y_7$
0	0	$x_{1,8}$	$x_{2,8}$	$y_8$
0	0	$x_{1,9}$	$x_{2,9}$	$y_9$
1.414	0	$x_{1,10}$	$x_{2,10}$	$y_{10}$
-1.414	0	$x_{1,11}$	$x_{2,11}$	$y_{11}$
0	1.414	$x_{1,12}$	$x_{2,12}$	$y_{12}$
0	-1.414	$x_{1,13}$	$x_{2,13}$	$y_{13}$

En la Tabla 3, las variables naturales son controlables y representan a las variables independientes, la respuesta es obtenida experimentalmente para cada par de valores de las variables independientes y esta respuesta es la variable dependiente.

### 3.3 Regresión de curvas usando Polinomios de Orden Tres aplicado a datos discretos

Esta sección discute la alternativa de desarrollar la correlación para el perfil de rendimiento de la filtración manteniendo como constante una variable independiente en condiciones óptimas mientras varia la otra, puedes ser la dosis de polímero o la cantidad de solidos de acondicionamiento. Por tanto la nueva regresión es una función de la variable dependiente en una variable independiente.

El perfil del rendimiento de la filtración con respecto a una variable puede modelarse usando algún componente de funciones sigmoideas, de funciones de distribución probabilística, distribución de crecimiento poblacional etc. Para este proceso de filtración se desarrolló polinomios de orden tres para unir los intervalos y encontrar una función compuesta que es mostrada gráficamente como continua. El método esta publicado en diversos textos de Análisis Numérico, tal como se muestra en Chapara 2010 [20].

En cada intervalo entre nodos se derivan los polinomios dados por:

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i \quad (24)$$

Para  $n + 1$  puntos como datos ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) existen  $n$  intervalos, en consecuencia, y se disponen de  $4n$  parámetros desconocidos, para estimar estos parámetros se requiere evaluar  $4n$  restricciones:

1. Los valores de las funciones deben ser iguales en los nodos interiores ( $2n-2$  condiciones).
2. La primera y la última función deben pasar a través de los puntos externos (2 condiciones).
3. Las primeras derivadas en los nodos interiores deben ser iguales ( $n - 1$  condiciones).
4. Las segundas derivadas en los nodos internos debe ser iguales ( $n - 1$ ) condiciones.
5. Las segundas derivadas en los puntos externos son cero (2 condiciones).

La condición (5) indica que la función es lineal en los puntos extremos, de modo que su primera derivada es una constante, y la segunda derivada se reduce a cero. Si en los extremos la segunda derivada no son cero, las curvaturas de las funciones se proveen para obtener las ecuaciones requeridas. Las cinco condiciones establecidas, nos permiten definir  $4n$  ecuaciones para



determinar el valor numérico de las  $4n$  variables. La derivación de las ecuaciones son presentados con detalle por Chapra 2010 [20], a continuación se expresan la forma general de las expresiones de las funciones como correspondan.

Funciones cubicas en cada intervalo:

$$f_i(x) = \frac{f_i''(x_{i-1})}{6(x_i - x_{i-1})} (x_i - x)^3 + \frac{f_i''(x_i)}{6(x_i - x_{i-1})} (x - x_{i-1})^3 + \left[ \frac{f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f_i''(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x_i - x) + \left[ \frac{f(x_i)}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f_i''(x_i)(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x - x_{i-1}) \quad (25)$$

Estos polinomios tienen dos segundas derivadas desconocidas justamente al final de cada intervalo, los cuales se determinan usando el siguiente sistema de ecuaciones que son aplicadas en cada nodo interno:

$$\begin{aligned} (x - x_{i-1})f_i''(x_{i-1}) + 2(x_{i+1} - x_{i-1})f_i''(x_i) + (x_{i+1} - x_i)f_i''(x_{i+1}) \\ = \frac{6}{x_{i+1} - x_i} [f(x_{i+1}) - f(x_i)] + \frac{6}{x_{i+1} - x_i} [f(x_{i-1}) - f(x_i)] \end{aligned} \quad (26)$$

Cuando se escriben las ecuaciones en los nodos internos se originan  $n - 1$  ecuaciones simultáneas con  $n - 1$  parámetros desconocidos, complementado con la restricción que indica que las segundas derivas en los extremos son cero. Los ejemplos de cálculos para esta metodología es presentado en el Capítulo 5, donde la solución de las ecuaciones se obtienen usando algebra matricial elaborado en una rutina de Mathcad.<sup>TM</sup>

## **CAPITULO 4**

### **PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL**

#### **4.1 Acondicionamiento y filtración de lodo**

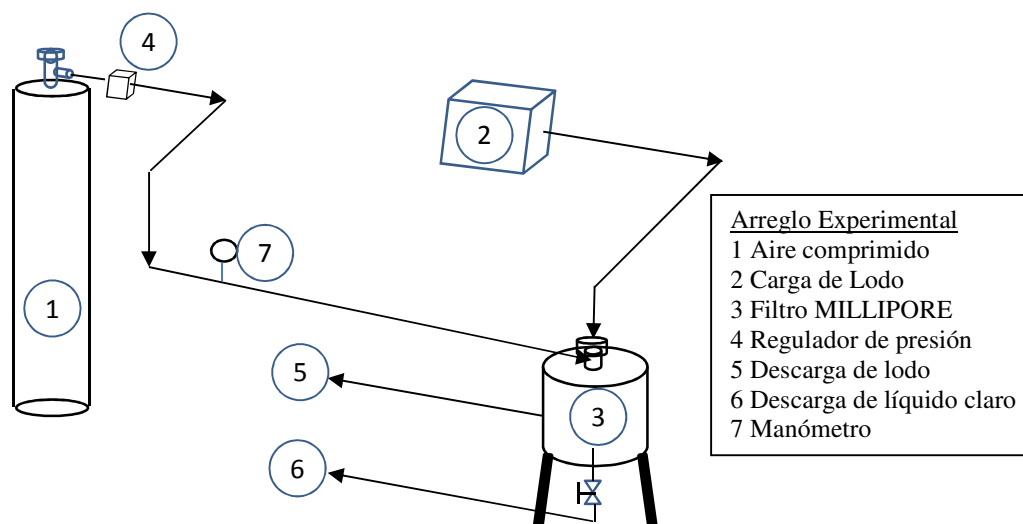
Muestras de lodo del tratamiento primario provenientes de BRWTP fueron caracterizados en términos de sus propiedades físicas y químicas. El contenido de sólidos totales fue evaluado por evaporación de agua a 105 °C. El contenido de metales pesados fue determinado por técnica de Absorción Atómica utilizando el equipo Perkin Elmer 2380. La presencia de metales pesados fue reportada para los tres tipos de sólidos. Para evaluar el contenido calorífico del lodo se utilizó la bomba calorimétrica PARR-1241 descrito por Martínez (1990) [21].

Las muestras de lodo fueron acondicionados con un floculante o polímero comercial y tres sólidos externos diferentes. El polímero utilizado fue el polímero CALGON-WT-2640. Los sólidos externos fueron: (1) cenizas finas provenientes de un quemador de lodos instalado en una planta de operación industrial; (2) material en forma de partículas finas provenientes de la fábrica de cemento, y (3) fibras de bagazo proveniente de los molinos de caña de azúcar.

La preparación del polímero y la dosis para las muestras de lodo fue realizada de forma similar a lo reportado por Peña (1987) [1]. Cada dosis de polímero fue diluido con agua para obtener 0.030 L de solución, la cual se alimenta a un recipiente de 2L la cual contiene 0.5 L de muestra de lodo. El volumen de la solución de polímero fue siempre la misma, pero su concentración fue variada. Utilizando el agitador de prueba de jarras se homogenizó la mezcla lodo-polímero durante 1 minuto. Bajo estas condiciones se alimentó al recipiente los sólidos externos mencionados de forma individual uniformizándose la mezcla durante dos minutos, para un total de acondicionamiento de tres minutos.

Los experimentos de filtración se realizaron usando el equipo que opera con presión de aire MILLIPORE YT-30 142H-W. La válvula de descarga del filtro fue cerrada y el lodo acondicionado fue alimentado al equipo. Luego de ello el cilindro fue presurizado con aire para

elevar la presión dentro del recipiente hasta alcanzar la presión de 344.4 kPa (50 psig), el arreglo experimental se reporta en la Figura 14.



**Figura-14.** Esquema del arreglo experimental para filtración de lodo acondicionado.

El equipo incluye una malla de soporte para filtro con papel Whatman-40 cuya porosidad es de ocho micrómetros.

El contenido del filtro se mantiene durante dos minutos a la presión de 344 kPa; luego se abre la válvula de descarga completamente y el volumen de líquido claro fue medido según transcurría el tiempo. Para las condiciones alejadas de condiciones óptimas de polímero y acondicionador sólido, el volumen de líquido filtrado fue medido cada 30 segundos por los primeros dos minutos. Luego de este tiempo, los volúmenes se midieron cada dos minutos, el tiempo total de 10 minutos permitía separar la mayor cantidad de líquido. Según mejoraba la filtración del lodo debido al acondicionamiento, el tiempo de filtrado se reducía y el volumen de filtrado se midieron cada 10 segundos durante todo el proceso.

Luego de completar cada operación de filtración, el contenido de sólidos fue medido en el líquido claro y en la matriz húmeda de sólidos. Los sólidos contenidos en el lodo acondicionado fue calculado basado en la concentración de materia original de lodo, la cantidad de polímero y

la cantidad de solido externo alimentados. El contenido calorífico del lodo acondicionado finalmente fue medido

## CAPITULO 5

### RESULTADOS EXPERIMENTALES

#### 5.1 Características del lodo y los acondicionadores

La Tabla 3 resume algunas características del lodo proveniente de tratamiento primario de aguas residuales de BRWTP. Mientras que la Tabla 4 reporta algunas características de los sólidos externos utilizados como acondicionadores en este trabajo. Los contenidos caloríficos y los contenidos de metales son reportados para preestablecer un posible impacto en la disposición final del lodo acondicionado.

**Tabla 4.** Características del lodo primario de la BRWTP

Propiedad	Magnitud
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	980
Ph	7.5-8.0
% de solidos totales	2.5–4.5
Viscosidad <sup>a</sup> (N.s/m <sup>2</sup> )	$1.32 \times 10^{-3}$
Concentración de Metales (µg/g sólido seco)	
Plomo	210
Cadmio	8.00
Cromo	680
Níquel	1,170
Cobre	790
Zinc	980
Contenido Calorífico <sup>b</sup> (MJ/kg de sólido seco)	$17.1 \pm 1.0$

<sup>a</sup>Fuente: Peña (1987) [1]

<sup>b</sup>Fuente: Martínez (1990) [20]

**Tabla 5.** Características de los sólidos externos acondicionadores

Propiedad	Cenizas	Partículas de Cemento	Bagazo
Tamaño	65% menores a 250 µm	99.6% menores a 250 µm	Long. promedio <sup>a</sup> 2.0 cm
Concentración de metales (µg/ g de solido seco)			
Plomo	173	62	111
Cadmio	50	7	240
Níquel	730	222	580
Cobre	1,025	27	376
Contenido calorífico (MJ/kg sólido seco) <sup>b</sup>	0	0	19.64

<sup>a</sup>Luego de procesado en un molino de cuchillo por 3 minutos y selección por tamaño 2.0 cm y espesores aproximados de 1mm.

<sup>b</sup>Carrera, 1985 [22]

## 5.2 Acondicionamiento del lodo y filtración

El objetivo del acondicionamiento de lodos es mejorar sus facilidades de filtración o de separación solido-líquido. Esto se traduce en un proceso de optimización para obtener un valor máximo de rendimiento en la filtración.

### 5.2.1 Variables independientes en el acondicionamiento de lodos

Las variables independientes son aquellas que pueden controlarse de forma arbitraria; no obstante, magnitudes utilizadas en trabajos preliminares pueden utilizarse como referencia y ajustar estas a las magnitudes a las cuales se pretende operar en un proceso. En este trabajo se fijaron dos variables independientes controlables: (1) concentración de polímero en 30 ml de solución de polímero y se representó como FL; (2) cantidad de solido acondicionador externo representado como SOL.

1. FL expresado en:  $\frac{g \text{ de polímero}}{L \text{ de solución}}$

2. La variable SOL se calculó usando la siguiente ecuación:

$$SOL = \frac{\text{Masa de solido acondicionador alimentado}}{\text{Masa de solidos secos en el lodo original}} \times 100 \quad (27)$$

### 5.2.2 Variable dependiente en el acondicionamiento de lodos

La variable dependiente no es controlable y es una respuesta a la modificación de las variables independientes. Para este trabajo la variable dependiente es expresada como rendimiento de la filtración y es estimada usando la Ecuación 12. Por tanto el rendimiento  $Y_N$  de la filtración es la respuesta atribuida al cambio de la variable  $FL$  y la variable  $SOL$ .

La evaluación de  $Y_N$  requiere de varios parámetros:  $F$ ,  $\omega$ ,  $\Delta P$ ,  $t$ ,  $\mu$ ,  $r$ . La presión  $P$  y el tiempo  $t$  son medidos durante los experimentos; la viscosidad del medio  $\mu$  fue medida en experimentos previos. El valor numérico de  $SOL$  se utiliza además para estimar el factor de corrección  $F$  según la Ecuación 25; la masa de solido seco depositado por unidad de volumen filtrado, y el factor  $\omega$  se calcula utilizando la Ecuación 26, Peña, 1987 [1].

$$F = \frac{1}{1 + \frac{SOL}{100}} \quad (28)$$

la cantidad de solidos secos por unidad de volumen de filtrado,  $w$  en  $\frac{kg}{m^3}$

$$\omega = \frac{1,000}{\frac{100 - C_i}{C_i} - \frac{100 - C_k}{C_k}} \frac{kg}{m^3} \quad (29)$$

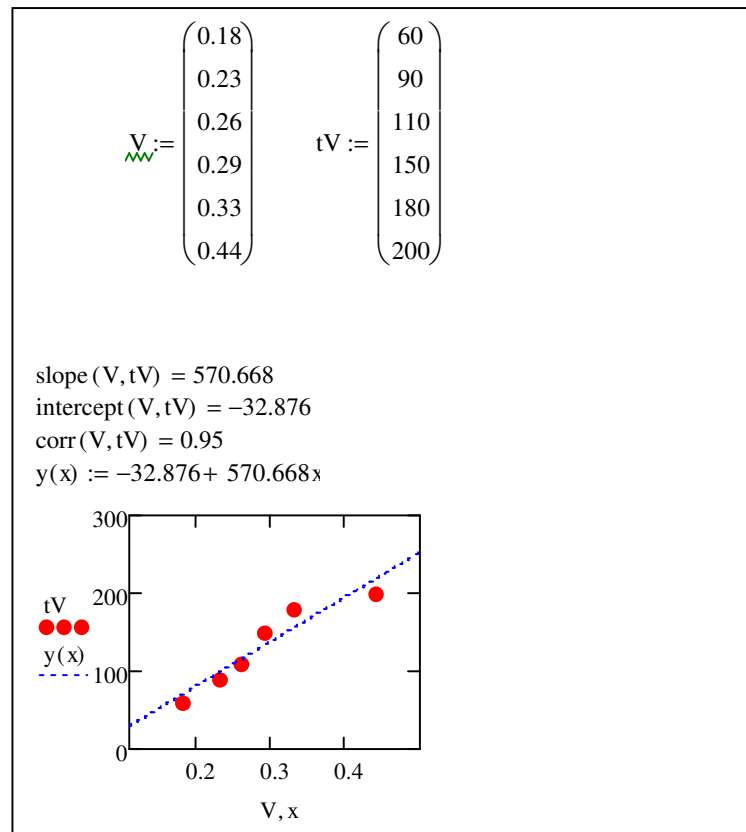
$C_i$  y  $C_k$  están definidos en la Tabla 6.

Para cada experimento de filtración se calculó además la resistencia específica  $r$  usando la Ecuación 8 basado en los datos de volumen de filtrado versus tiempo; con todos los parámetros calculados y fijados se calcula finalmente el rendimiento de la filtración  $Y_N$  la cual es la variable dependiente.

La Tabla 7 reporta un resumen de las condiciones experimentales para un proceso de filtración en el cual el lodo fue acondicionado con polímero,  $FL = 55$  g/L, y partículas de cenizas  $SOL = 120\%$ . La Figura 15 muestra el diagrama de  $t/V$  versus  $V$  usando datos del experimento de filtración utilizando particulado de cenizas para obtener el valor de la pendiente  $b$  por regresión lineal e igual a  $570 \text{ s/L}^2 = 5.7 \times 10^8 \text{ s/m}^6$ .

**Tabla 6.** Condiciones experimentales para una operación típica de filtración en condiciones no-óptima.

Contenido de sólidos en el lodo original	2.0%
Contenido de sólidos en el lodo acondicionado antes de filtrado, $C_i$	4.4%
Concentración de polímero alimentado, $FL$	55g/L
Cantidad de solidos alimentado (partículas de cenizas), $SOL$	120%
Diferencia en Presión, $\Delta P$	344.7kPa
Área de filtrado, $A$	0.008m <sup>2</sup>
Tiempo total de la operación de filtración, $t$	90s
Contenido de sólidos en el lodo acondicionado luego de filtrado, $C_k$	25%



**Figura 15.** Diagrama  $t/V$  versus  $V$  para filtrado de lodo acondicionado con polímero y partículas de cenizas,  $FL = 55$  g/L y  $SOL = 120\%$ ; rutina elaborada en Mathcad™



### 5.2.3. Rendimiento de filtración para el lodo acondicionado con $FL = 55g/L$ y $SOL = 120\%$

Cálculos usando la Ecuación 12 para determinar el valor de la variable dependiente:

$$Y_N = F \left( \sqrt{\frac{2\Delta P w}{\mu r t}} \right)$$

$$\Delta P = 344.7 \text{ kPa (dato en la Tabla 6)}$$

$$\omega = \frac{1,000}{\frac{100-4.4}{4.4} \frac{100-25}{25}} = 53.4 \frac{kg}{m^3} \text{ (Ecuación 29 y datos en la Tabla 6)}$$

$$\mu = 1.32 \times 10^{-3} \frac{Ns}{m^2} \text{ (dato en la Tabla 5)}$$

$$r = \frac{2 P A^2 b}{\mu w} \text{ (Ecuación 8)}$$

$$A = 0.008 \text{ m}^2 \text{ (dato en la Tabla 6)}$$

$$b = 5.7 \times 10^8 \frac{s}{m^6} \text{ (Figura 15)}$$

$$r = \frac{2 (344.7) (0.008)^2 (5.7 \times 10^8)}{(1.32 \times 10^{-3})(53.4)} = 3.6 \times 10^8 \frac{m}{kg}$$

$$t = 90 \text{ s (dato en la Tabla 6)}$$

$$F = \frac{1}{1 + \frac{140}{100}} = 0.4 \text{ (Ecuación 28, y dato de SOL basado en el experimento)}$$

Estos resultados parciales se substituyen en la expresi3n de  $Y_N$

$$Y_N = 0.4 \left( \sqrt{\frac{2(344.7)(53.4)}{(1.32 \times 10^{-3})(3.6 \times 10^8)(90)}} \right)$$

$$Y_N = 0.029 \frac{kg}{m^2 s} = 104 \frac{kg}{m^2 hr}$$

Cálculos similares fueron realizados para los procesos de filtración restantes

### 5.3 Proceso de optimización

En esta sección se describe las tres etapas de optimización, región de comportamiento lineal o modelo lineal, región de etapas ascendentes y la región óptima de comportamiento de segundo orden o modelo de segundo orden.

#### 5.3.1 Modelo de primer orden

Experimentos preliminares mostraron que la dosis de alimentación de sólidos como acondicionadores (partículas de cenizas) en el orden de 150%, sin incluir la solución de polímero, incrementa el rendimiento de la filtración significativamente. Por otra parte, los trabajos con solución de polímero sin incluir sólidos y alimentados con una concentración de 40 g/L incrementan también el valor del rendimiento de filtración. Estos valores se utilizaron como referencia para establecer el diseño de experimentos y confirmar que en esta etapa inicial el modelo de primer orden representa el comportamiento del sistema de forma razonable. La región de exploración elegida fue (40, 60) g/L para FL y (115, 176) para SOL; este diseño factorial  $2^k$  se adoptó asumiendo que el punto óptimo no es conocido y se encuentra apartado de esta región.

La Tabla 7 resume los resultados obtenidos en esta región cuando se usa partículas de ceniza como acondicionador sólido.

**Tabla 7.** Efecto del acondicionamiento con polímero y cenizas, modelo de primer orden

FL, g/L	SOL %	Y, kg/m <sup>2</sup> h
40	114	18
40	176	23.5
60	114	18
60	176	35.5
50	132	21
50	132	23
50	132	17

El modelo de primer orden se expresa según la Ecuación 17, donde los tres parámetros “ $\beta$ ” del modelo se obtienen usando los datos de la Tabla 4:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

Por simplicidad  $y$  es el rendimiento neto  $Y_N$ ;  $x_1$  representa la concentración de polímero  $FL$ ;  $x_2$  es la cantidad de sólidos alimentados  $SOL$ .

Las tres ecuaciones requeridas para estimar “ $\beta$ ” se obtienen utilizando el criterio de mínimos cuadrados, para lo cual se define la función  $Sr$  como la suma de los cuadrados de los residuales, y se deriva dicha expresión respecto a cada variable “ $\beta$ ” e igualando el resultado de cada derivada a cero.

$$Sr = \sum_{i=1}^n [y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \beta_2 x_{2i}]^2 \quad (30)$$

$$\frac{\partial Sr}{\partial \beta_0} = 0 = -2 \left[ \sum y_i - \sum \beta_0 - \beta_1 \sum x_{1i} - \beta_2 \sum x_{2i} \right] \quad (30-a)$$

$$\frac{\partial Sr}{\partial \beta_1} = 0 = -2 \left[ \sum x_{1i} y_i - \beta_0 \sum x_{1i} - \beta_1 \sum x_{1i}^2 - \beta_2 \sum x_{1i} x_{2i} \right] \quad (30-b)$$

$$\frac{\partial Sr}{\partial \beta_2} = 0 = -2 \left[ \sum x_{2i} y_i - \beta_0 \sum x_{2i} - \beta_1 \sum x_{1i} x_{2i} - \beta_2 \sum x_{2i}^2 \right] \quad (30-c)$$

Las ecuaciones pueden representarse en forma matricial de forma resumida de modo que:

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & \sum x_{1i} & \sum x_{2i} \\ \sum x_{1i} & \sum x_{1i}^2 & \sum x_{1i} x_{2i} \\ \sum x_{2i} & \sum x_{1i} x_{2i} & \sum x_{2i}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{1i} y_i \\ \sum x_{2i} y_i \end{bmatrix} \quad (31)$$

De esta expresión, utilizando métodos numéricos en forma de álgebra de matrices se obtiene la forma simplificada para “ $\beta$ ”:  $[\beta] = [X]^{-1}[Y]$ , donde  $n$  es el número de datos. La Figura 16 muestra los resultados usando una rutina de Mathcad™.

Las hipótesis, nulas y alternativa que están relacionadas con esta etapa de la evaluación, donde el modelo de primer orden depende de los parámetros  $\beta$  de la filtración se expresa como:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ o } \beta_2 \neq 0$$

$$X^{-1} = \begin{pmatrix} 11.096 & -0.125 & -0.034 \\ -0.125 & 2.5 \times 10^{-3} & 0 \\ -0.034 & 0 & 2.419 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 156 \\ 7.92 \times 10^3 \\ 2.254 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} -19.332 \\ 0.3 \\ 0.191 \end{pmatrix}$$

**Figura 16.** Cálculo de los parámetros “ $\beta$ ” para el modelo de primer orden

El modelo de primer orden resulta en:

$$Y = -19.33 + 0.30FL + 0.19ISOL \quad (32)$$

Este modelo representa un plano en coordenadas (FL, SOL), utilizando la rutina de Mathcad™ se construye el diagrama en tres dimensiones donde los datos experimentales del rendimiento de la filtración aparecen en forma de puntos; el modelo está representado por el plano según mostrado en la Figura 17.

El parámetro  $\beta_{12}$  que incluye el efecto combinado de las variables  $x_1$  y  $x_2$  se estima como la mitad del efecto de ambas variables en la respuesta según (Montgomery [18]):

$$\beta_{12} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{ab + (1) - a - b}{n} \right) \right] \quad (33)$$

donde:

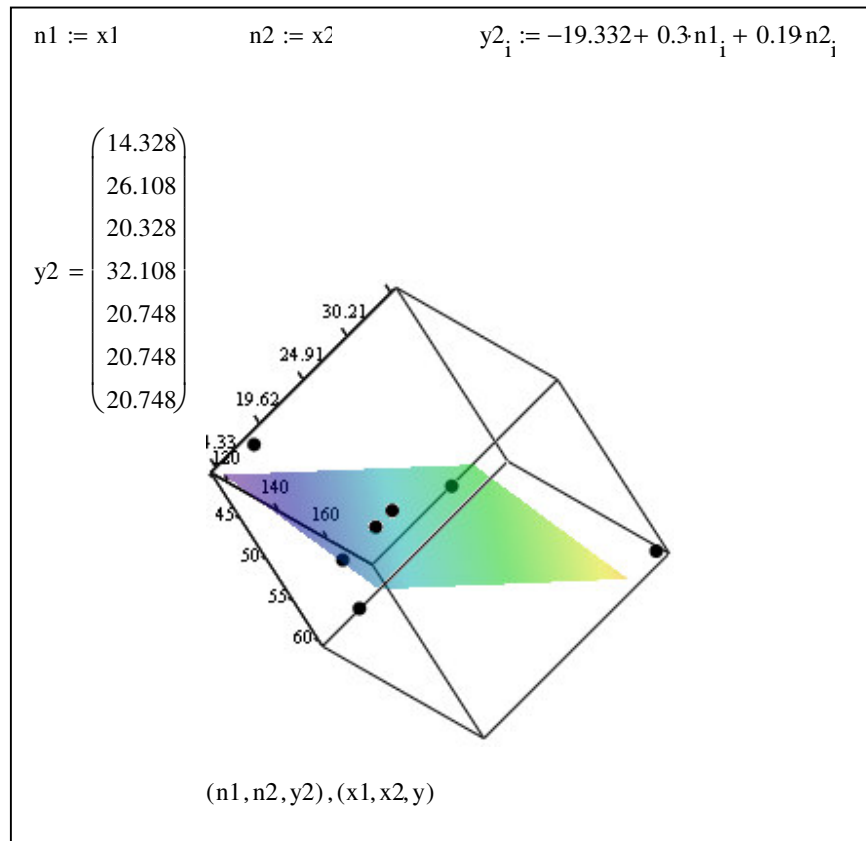
$ab$  representa la magnitud de la respuesta cuando las variables independientes son utilizadas en sus niveles altos.

$(1)$ , representa la magnitud de la respuesta cuando las variables independientes son utilizadas en sus niveles bajos

$a$ , representa la magnitud de la respuesta cuando la variable  $x_1$  adopta su nivel alto mientras que la variable  $x_2$  adopta su nivel bajo

$b$ , representa la magnitud de la respuesta cuando la variable  $x_2$  adopta su nivel alto mientras la variable  $x_1$  adopta su nivel bajo.

$n$ , es el número de repeticiones.



**Figura 17.** Modelo de primer orden representado por un plano, los datos experimentales son puntos. Modelo para el acondicionamiento del lodo con polímero y cenizas.

Utilizando los datos de la Tabla-6 y substituyendo en la Ecuación 28 se obtiene:

$$\beta_{12} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{35.5 + 18 - 18 - 23.5}{1} \right) \right] = \frac{1}{4} (12) = 2.5$$

Para aceptar o eliminar el parámetro calculado se compara el cuadrado de la interacción respecto a la varianza como:

$$F = \frac{SS_{interacción}}{\sigma^2} \quad (34)$$

$$F = \frac{72}{1250} = 0.058$$

$$SS_{interacción} = \frac{12^2}{3-1} = 72$$

$$\sigma^2 = \frac{21^2 + 23^2 + 17^2 - \frac{61^2}{3}}{3-1} = 1250$$

El valor pequeño de la razón “F” indica que el efecto combinado de las variables independientes sobre la variable dependiente es extremadamente pequeño y no se considera como parte del modelo lineal confirmado por la Ecuación 17.

La Tabla 8 y la Tabla 9 reportan el análisis de varianza del modelo indicando que el modelo de primer orden es satisfactorio en esta región.

**Tabla 8.** Análisis de varianza para el modelo de primer orden en un diseño factorial

Fuente	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Media de los cuadrados	Razón de F	Probabilidad > F
Modelo de regresión	m-1	SSreg	$\frac{SSreg}{m-1}$	$\frac{SSreg/(m-1)}{SSE/(n-m)}$	qF( $\alpha$ , m-1, n-m)
Error	n-m	SSE	$\frac{SSE}{n-m}$		
Total	n-1	SST			

m es el número de parámetros determinados en la regresión.

n es el número total de datos

$$y := \begin{pmatrix} 18.0 \\ 23.5 \\ 18.0 \\ 35.5 \\ 21.0 \\ 23.0 \\ 17.0 \end{pmatrix} \quad FL := \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 60 \\ 60 \\ 50 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix} \quad SOL := \begin{pmatrix} 114 \\ 176 \\ 114 \\ 176 \\ 132 \\ 132 \\ 132 \end{pmatrix}$$

Suma total de los cuadrados de los residuales

$$\text{mean}(y) = 22.286$$

$$SST := \sum_{i=0}^6 (y_i - \text{mean}(y))^2 \quad SST = 243$$

Suma de los cuadrados de los residuales de la regresión

$$y2 := -19.33 + 0.30 \cdot FL + 0.191 \cdot SOL$$

$$y2 = \begin{pmatrix} 14.444 \\ 26.286 \\ 20.444 \\ 32.286 \\ 20.882 \\ 20.882 \\ 20.882 \end{pmatrix}$$

$$SSreg := \sum_{i=0}^6 (y2_i - \text{mean}(y))^2 \quad SSreg = 187$$

Suma de los cuadrados de los residuales del error

$$SSE := \sum_{i=0}^6 (y_i - y2_i)^2 \quad SSE = 56$$

**Figura 18.** Rutina de Mathcad mostrando los cálculos del análisis de varianza de la regresión

**Tabla 9.** Resultados del Análisis de varianza del modelo de primer orden, usando  $\alpha = 0.05$ 

Fuente	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Media de los cuadrados	Razón de F	Probabilidad > F Distribución F de Fisher
Regresión	2	187	93.5	6.679	$qF(0.05, 2, 4) = 0.052$
Error	4	56	14		
Total	6	243			

El coeficiente de correlación  $R^2 = \frac{SS_{reg}}{SST} = \frac{187}{243} = 0.77$

Las hipótesis para el modelo de Primer Orden es:

Ho:  $\beta_1 = \beta_2 = 0$

Ha:  $\beta_1 \neq 0$  o  $\beta_2 \neq 0$

Como la razón F es mayor que  $qF(0.05, 2, 4)$  se rechaza la hipótesis nula con un 95% de confianza. Este resultado de análisis de varianza demuestra que el modelo de primer orden describe adecuadamente la superficie de respuesta en la región de exploración de la concentración de polímero y la cantidad de sólidos alimentados.



### 5.3.2 Etapa ascendente

Para la búsqueda del valor máximo de la conversión,  $Y$ , a partir del centro del diseño factorial se requiere del uso del modelo lineal dado por la Ecuación 32. Este modelo indica que la conversión se incrementa si cambiamos 0.30 unidades de la concentración de polímero por 0.191 unidades de incremento en la cantidad de sólidos alimentados. Entonces la etapa ascendente que pasan a través del punto (50, 132) tiene una pendiente estimada en  $0.191/0.30 = 0.6$ ; eligiendo un cambio en FL en 5.0 g/L, el correspondiente incremento en SOL es  $5/0.6 \sim 9\%$ . Los experimentos fueron realizados a lo largo de esta trayectoria hasta obtener una disminución de la conversión. La Tabla 10 resume los resultados de esta etapa donde el valor máximo de la conversión se obtiene con las magnitudes de FL = 60 y SOL = 150. Estos parámetros fueron elegidos como el nuevo centro para un diseño central compuesto como última etapa de optimización.

**Tabla 10.** Etapa ascendente para acondicionamiento de lodos con polímero y ceniza

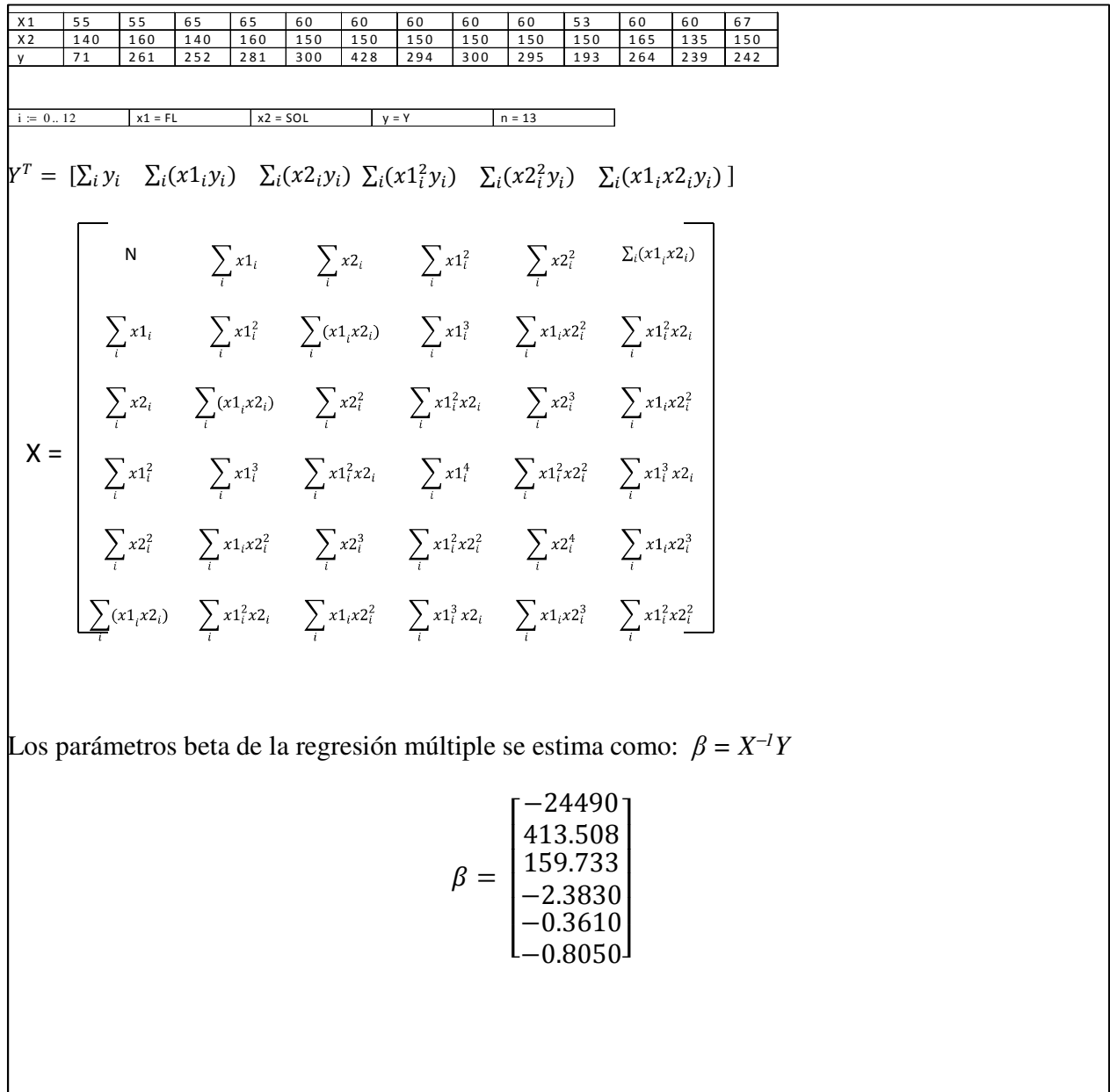
FL (g/L)	SOL (%)	Y (kg/m <sup>2</sup> h)
55	141	71
60	150	300
65	159	281

### 5.3.3 Diseño Central Compuesto

La etapa de exploración en condiciones óptimas requiere de un diseño de experimentos central compuesto tal como aparece esquemáticamente representado en la Figura 13. El modelo de conversión no es lineal y requiere de un modelo de segundo orden dado por las ecuaciones 16 y 23. El número de experimentos realizados en esta etapa fueron trece, según la Figura 13 estos experimentos consistían de cinco repeticiones en el centro, cuatro experimentos en los vértices, y cuatro fuera del cuadrado. Los datos de estos experimentos están reportados en la Tabla 11 donde las variables independientes FL y SOL adoptan nuevos niveles, y la respuesta en conversión, Y, es determinado experimentalmente para cada par de valores de las variables independientes.

**Tabla 11:** Resultado Experimental del Diseño Central Compuesto para el lodo acondicionado con polímero y ceniza

FL (g/L)	SOL (%)	Código de variables ( $x_1, x_2$ )	Y (kg/ m <sup>2</sup> h)
55	140	(-1, -1)	71
55	160	(-1, 1)	261
65	140	(1, -1)	252
65	160	(1, 1)	281
60	150	(0, 0)	300
60	150	(0, 0)	428
60	150	(0, 0)	294
60	150	(0, 0)	300
60	150	(0, 0)	295
53	150	(-1.41, 0)	193
60	165	(0, 1.41)	264
60	135	(0, -1.41)	239
67	150	(1.41, 0)	242



**Figura 19.** Uso de la rutina elaborado en Mathcad™ para encontrar el modelo de segundo orden, aplicado a los datos de filtración en la que el lodo es acondicionado con polímero y cenizas.

El modelo resultante de segundo orden es por tanto:

$$Y = -24490 + 413.508 x_1 + 159.733 x_2 - 2.3830 x_1^2 - 0.3610 x_2^2 - 0.8050 x_1 x_2$$

donde:  $x_1 = FL$   $x_2 = SOL$

i := 0.. 12 x1 = FL, x2 = SOL, y = Y n := 13													
x1	55	55	65	65	60	60	60	60	60	53	60	60	67
x2	140	160	140	160	150	150	150	150	150	150	165	135	150
y	71	261	252	281	300	428	294	300	295	193	264	239	242
y1(modelo)	112.8	256.4	257.9	239.5	312.1	312.1	312.1	312.1	312.1	150.6	278.1	184.2	240.4

Suma de cuadrados para estimar la variabilidad total de los datos:

$$SST := \sum_{i=0}^{12} (y_i - \text{mean}(y))^2 = 7.518 \times 10^4$$

Suma de cuadrados para estimar la variabilidad total del modelo o regresión:

$$SSreg := \sum_{i=0}^{12} (y2_i - \text{mean}(y))^2 = 5.486 \times 10^4$$

Suma de cuadrados debido al error entre el valor actual y el valor del modelo:

$$SSE := SST - SSreg = 2.031 \times 10^4$$

Grados de Libertad

Para el modelo o regresión:	$m := 6$	GLreg := m - 1
Para la variabilidad total:		GLT := n - 1
Para el error:		GLerror := GLT - GLreg = 7

**Figura-20.** Cálculos para elaborar el análisis de varianza del modelo de segundo orden para la filtración de lodo acondicionado con polímero y cenizas.

El análisis de varianza para el modelo de segundo orden se reporta en la Tabla-12; los valores numéricos de los parámetros en la Tabla-12 son calculados utilizando el programa de Mathcad™ y reportado en la Figura-20. El número de parámetros “ $\beta$ ” en el modelo de segundo orden son seis, mientras que el número de datos para elaborar el modelo de segundo orden es trece. Esto indica que los grados de libertad del modelo son cinco y los grados de libertad totales son doce. Estos datos forman parte de los cálculos del análisis de varianza del modelo de segundo orden.

**Tabla-12:** Resultado del Análisis de Varianza para el Modelo de Segundo Orden; lodo-polímero-cenizas

Fuente	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Media de los Cuadrados	Razón F	Probabilidad > F
Modelo	5	$5.486 \times 10^4$	$1.097 \times 10^4$	3.781	$qF(0.05,5,7) = 0.205$
Error	7	$2.032 \times 10^4$	$2.902 \times 10^3$		
Total	12	$7.518 \times 10^4$			

Coeficiente de correlación = 0.73

Las hipótesis Nula y Alternativa son:

Ho: Los parámetros  $\beta_i = 0$  para  $i = (1, 5)$

H1:  $\beta_1 \neq 0$ , o  $\beta_2 \neq 0$ , o  $\beta_3 \neq 0$ , o  $\beta_4 \neq 0$ , o  $\beta_5 \neq 0$

Como la razón F es mayor que P, entonces se rechaza la hipótesis nula. Indicando que el modelo de segundo orden es satisfactorio para uso como modelo dentro de los niveles de las variables independientes evaluadas.

Para encontrar los valores de las variables independientes en las condiciones estacionarias se utiliza la Ecuación 22, de la cual se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial Y}{\partial x_1} = 413.508 - 4.766x_1 - 0.8050x_2 = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x_2} = 159.733 - 0.722x_2 - 0.8050x_1 = 0$$

Resolviendo simultáneamente el sistema anterior se obtiene el valor de las variables en las condiciones estacionarias como:

$$x_0 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61 \\ 154 \end{bmatrix}$$

Como el modelo de segundo orden es dominante en esta región, los coeficientes del modelo se substituyen en la Ecuación 23-C, para determinar los valores propios de la matriz B; de modo que cumpla la siguiente relación en condiciones estacionarias, Montgomery, [18]:

$$\lambda I - B = 0 \quad (35)$$

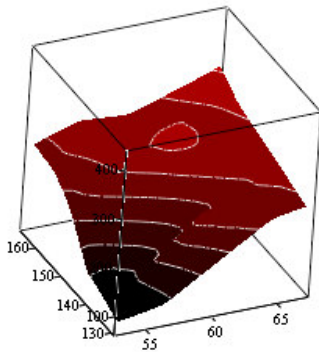
donde:  $B = \begin{bmatrix} -2.3830 & -\frac{0.805}{2} \\ -\frac{0.805}{2} & -0.360 \end{bmatrix}$ ;  $\lambda$  son los valores propios de B,  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , substituyendo en la Ecuación 31 se obtiene:

$$\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2.3830 & -\frac{0.805}{2} \\ -\frac{0.805}{2} & -0.360 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2.3830 & \frac{0.805}{2} \\ \frac{0.805}{2} & \lambda + 0.360 \end{bmatrix} = 0$$

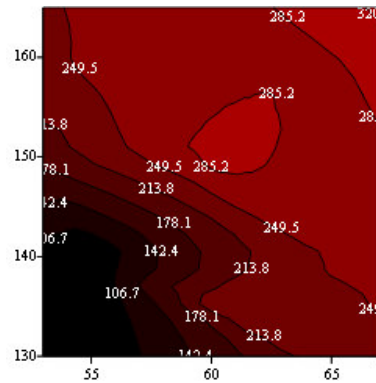
Los valores propios resultantes son:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.460 \\ -0.283 \end{bmatrix}$$

Como ambos valores propios son negativos, el punto estacionario es un máximo, el cual corresponde al valor máximo de la conversión.



(FL, SOL, Y)



(FL, SOL, Y)

**Figura-21** Superficie de contorno elaborado con datos de la Tabla-11, mostrado en tres dimensiones (3-D) y dos dimensiones (2-D) para la filtración lodo-polímero-cenizas

## CAPITULO 6

### Método Numérico para obtener la distribución del Rendimiento de la Filtración como función de una variable

#### 6.1 Conversión Neta

Para confirmar los resultados del método RSM se llevó a cabo dos grupos de experimentos adicionales de modo que en un primer grupo se mantuvo constante la concentración de polímero en las vecindades del punto óptimo  $FL = 60$  g/L y cambiando la dosis de sólidos, SOL. Para estos experimentos la facilidad de filtración fue expresado en términos de rendimiento neto  $Y_N$ , esto mide la cantidad de solidos presentes originalmente en el lodo que son retenidos en el filtro. Esto se calcula como función de la conversión global  $Y$  de la siguiente forma:

$$Y_N = \frac{Y}{1 + \frac{SOL}{100}} \quad (36)$$

Para medir el efecto del acondicionamiento por solidos sin incluir la presencia de polímeros se estima la efectividad del sólido como acondicionador usando la siguiente ecuación:

$$\eta_{SOL} = \frac{(Y_N)_{opt} - (Y_N)_0}{(Y_N)_0} \times 100 \quad (37)$$

#### 6.2 Acondicionamiento del lodo con bagazo para máximo rendimiento de la filtración

El método de superficies de respuestas se utilizó para el acondicionamiento lodo-polímero-bagazo, las etapas preliminares del modelo lineal y de los pasos ascendentes siguen la metodología explicada para el acondicionamiento lodo-polímero-cenizas, escrito en la sección anterior.

El equipo utilizado y el ensamblaje experimental es el mostrado en la Figura-14. El lodo es aquel proveniente del tratamiento primario de la planta de Tratamiento de Aguas Residuales. Como se explica en el Capítulo-1, la justificación para el uso de bagazo en el acondicionamiento de lodos es proveer altos rendimientos en la filtración aprovechando los canales existentes en la estructura del bagazo. Además en una eventual disposición de lodos por quemado, el bagazo incrementa el poder calorífico de la matriz solida acondicionada y reduce la demanda de combustible para el quemado

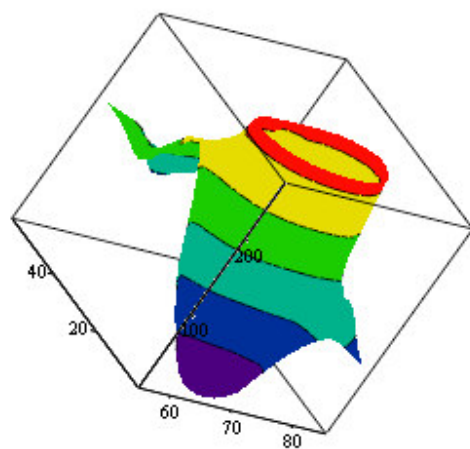
El diseño central compuesto para el acondicionamiento lodo-polímero-bagazo es discutido en términos de obtener el máximo rendimiento y los resultados de las mediciones experimentales son mostrados en la Tabla-13.

Se utilizó métodos numéricos para procesar los datos experimentales, apoyado con el programa de computadoras Mathcad.<sup>TM</sup>

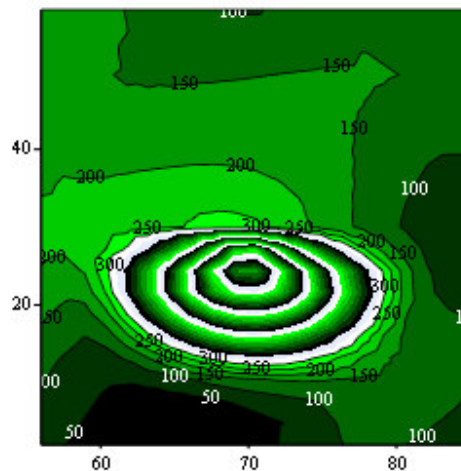
**Tabla 13:** Resultado experimental del Diseño Central Compuesto para el lodo acondicionado con polímero y bagazo

FL (g/L)	SOL (%)	Código de variables ( $x_1, x_2$ )	Y (kg/ m <sup>2</sup> h)
60	10	(-1, -1)	56
60	50	(-1, 1)	152
80	10	(1, -1)	135
80	30	(1, 1)	151
70	30	(0, 0)	266
70	30	(0, 0)	266
70	30	(0, 0)	266
70	30	(0, 0)	266
70	30	(0, 0)	266
85	30	(1.41, 0)	57
56	30	(-1.41, 0)	221
70	58	(0, 1.41)	95
70	2	(0, -1.41)	15





$$(x_1^T, x_2^T, y^T)$$



$$(x_1^T, x_2^T, y^T)$$

**Figura-22:** Diagrama en 3-D para el rendimiento de la filtración en el acondicionamiento lodo-polímero-bagazo, se observa la región de máximo rendimiento en la región central de las superficies de respuesta.

### 6.2.1 Modelo de Interpolación Cubica aplicado a la filtración lodo-polímero-bagazo

El método de interpolación cubica se aplica a los datos de filtración donde el lodo es acondicionado con polímero y con fibras de bagazo. La Tabla 14 resume los resultados al evaluar el acondicionamiento de lodos con sólidos (en forma de fibras de bagazo), manteniendo la dosis de coagulante en condiciones óptimas equivalente a 70g/L de polímero. La cantidad de solidos varia de 0 a 60% expresada en masa.

**Tabla 14:** Resultados experimentales de la filtración de lodo acondicionado con bagazo y manteniendo constante la dosis de polímero en FL = 70 g/L

SOL %	Conversión Y (kg/ m <sup>2</sup> h)
0	10
5	25
10	26
15	27
20	32
25	80
30	270
45	252
60	225

Los datos de la Tabla 14 se utilizan para desarrollar la Ecuación General (26); de este grupo de datos se aprecia 7 nodos internos, para los cuales se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\text{Nodo en 5:} \quad 20f''(5) + 5f''(10) = -16.8 \quad (38)$$

$$\text{Nodo en 10:} \quad 5f''(5) + 20f''(10) + 5f''(15) = 0 \quad (39)$$

$$\text{Nodo en 15:} \quad 5f''(10) + 20f''(15) + 5f''(20) = 4.8 \quad (40)$$

$$\text{Nodo en 20:} \quad 5f''(15) + 20f''(20) + 5f''(25) = 51.6 \quad (41)$$

$$\text{Nodo en 25:} \quad 5f''(20) + 20f''(25) + 5f''(30) = 170.4 \quad (42)$$

$$\text{Nodo en 30:} \quad 5f''(25) + 40f''(30) + 15f''(45) = -235.2 \quad (43)$$

$$\text{Nodo en 45:} \quad 15f''(30) + 60f''(45) + 0 = -3.6 \quad (44)$$

En este sistema de ecuaciones las variables desconocidas son seis, y son las segundas derivadas evaluadas en 5, 10, 15, 20, 25, 30, y en 45. Los métodos convencionales pueden resolver el sistema de ecuaciones simultáneamente, ya que son siete variables desconocidas y se tienen las expresiones de siete ecuaciones. Además las ecuaciones son linealmente independientes [20].

Estas ecuaciones expresadas en forma matricial y resuelto con una rutina de Mathcad™ aparecen reportados en la Figura 23.

$$\begin{array}{lcl}
 Y := \begin{pmatrix} -16.8 \\ 0 \\ 4.80 \\ 51.6 \\ 170.4 \\ -235.2 \\ -3.6 \end{pmatrix} & X := \begin{pmatrix} 20 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 20 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 20 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 20 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 20 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 40 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 60 \end{pmatrix} & \\
 \\
 \text{SegDeriv} := X^{-1} \cdot Y & \text{SegDeriv} = & \begin{pmatrix} -0.881 \\ 0.164 \\ 0.226 \\ -0.108 \\ 10.526 \\ -7.915 \\ 1.919 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

**Figura-23:** Solución del sistema de ecuaciones producidos por la Ecuación General (26) aplicado a la filtración lodo-polímero-bagazo

La solución de los valores numéricos de las segundas derivadas está almacenada en el vector SegDeriv que aparece reportada en la Figura-23. Estos valores se substituyen en la Ecuación 25 para encontrar las expresiones de los polinomios para los intervalos correspondientes. Estas expresiones producen ocho polinomios para los ocho intervalos desarrollados que están reportados en la Tabla 14. Estos polinomios aparecen resumidos en la Tabla 15, y se reducen a una función compuesta como contribución de cada polinomio y que permite transformar los datos discretos en una función continua.

**Tabla-15:** Funciones cubicas para los intervalos obtenidos en el acondicionamiento de lodo con bagazo y FL = 70 g/L

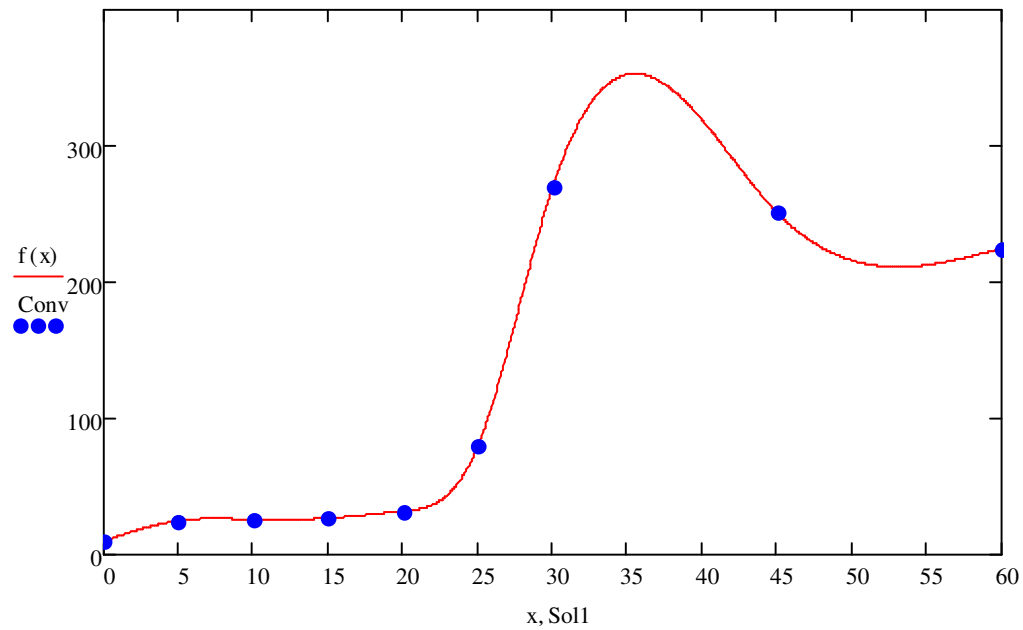
Intervalo	Función	Ec. No
(0,5)	$f_1(x) = 0 - \frac{0.881}{6(5-0)}(x-0)^3 + \left[\frac{10}{5} - 0\right](5-x) + \left[\frac{25}{5} - \frac{-0.881 \times 5}{6}\right](x-0)$ $f_1(x) = -0.029x^3 + 2(5-x) + 5.734x$	(45)
(5,10)	$f_2(x) = -0.029(10-x)^3 + 0.00547(x-5)^3 + 5.734(10-x) +$ $5.063(x-5)$	(46)
(10,15)	$f_3(x) = 0.00547(15-x)^3 + 0.00753(x-10)^3 + 5.063(15-x) +$ $5.212(x-10)$	(47)
(15,20)	$f_4(x) = 0.00753(20-x)^3 - 0.0036(x-15)^3 + 5.212(20-x) +$ $6.49(x-15)$	(48)
(20,25)	$f_5(x) = -0.0036(25-x)^3 + 0.351(x-20)^3 + 6.49(25-x) +$ $7.228(x-20)$	(49)
(25,30)	$f_6(x) = 0.351(30-x)^3 - 0.264(x-25)^3 + 7.228(30-x) +$ $60.596(x-25)$	(50)
(30,45)	$f_7(x) = -0.088(45-x)^3 + 0.021(x-30)^3 + 37.787(45-x) +$ $12.003(x-30)$	(51)
(45,60)	$f_8(x) = 0.021(60-x)^3 + 12.003(60-x) + 15(x-45)$	(52)

La función compuesta, para fines de expresión gráfica, aparece resumida en la Figura 24 la cual está elaborada en una rutina de Mathcad.™

$$f(x) := \begin{cases} -0.029x^3 + 2 \cdot (5 - x) + 5.734x & \text{if } 0 \leq x \leq 5 \\ -0.029(10 - x)^3 + 0.00547(x - 5)^3 + 5.734(10 - x) + 5.063(x - 5) & \text{if } 5 \leq x \leq 10 \\ 0.00547(15 - x)^3 + 0.00753(x - 10)^3 + 5.063(15 - x) + 5.212(x - 10) & \text{if } 10 \leq x \leq 15 \\ 0.00753(20 - x)^3 - 0.0036(x - 15)^3 + 5.212(20 - x) + 6.49(x - 15) & \text{if } 15 \leq x \leq 20 \\ -0.0036(25 - x)^3 + 0.351(x - 20)^3 + 6.49(25 - x) + 7.228(x - 20) & \text{if } 20 \leq x \leq 25 \\ 0.351(30 - x)^3 - 0.264(x - 25)^3 + 7.228(30 - x) + 60.596(x - 25) & \text{if } 25 \leq x \leq 30 \\ -0.088(45 - x)^3 + 0.021(x - 30)^3 + 37.787(45 - x) + 12.003(x - 30) & \text{if } 30 \leq x \leq 45 \\ 0.021(60 - x)^3 + 12.003(60 - x) + 15 \cdot (x - 45) & \text{if } 45 \leq x \leq 60 \end{cases}$$

**Figura-24:** Polinomios de orden tres para los ocho intervalos de la Tabla-14 y Tabla-15

La función compuesta es graficada en la Figura-25 mostrando la continuidad buscada que permite confirmar la presencia de un valor máximo de la conversión como función de la cantidad de sólido como acondicionador en forma de fibras de bagazo. Los datos fueron elaborados experimentalmente manteniendo la concentración de polímero constante en 70 g/L.

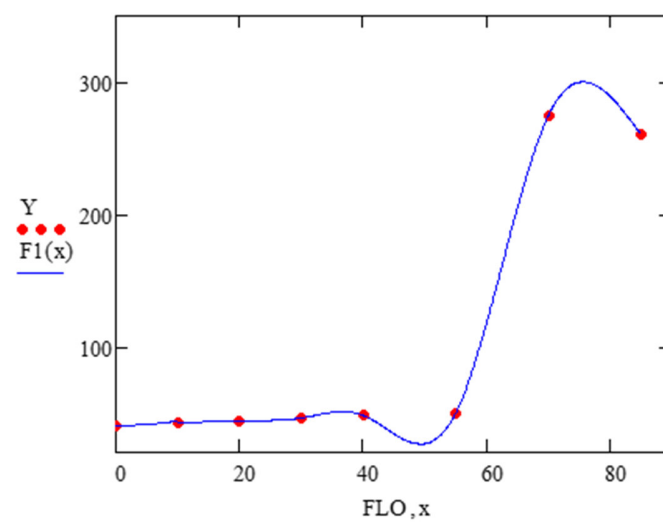


**Figura-25:** Conversión en la filtración de lodos utilizando bagazo como acondicionador sólido, el porcentaje de solido acondicionador varia de 0 a 60% manteniendo constante la concentración de floculante en 70 g/L. Claramente se muestra un máximo alrededor de 35% por masa en sólido.

En el acondicionamiento de lodo con bagazo, manteniendo 30% de peso en sólidos de bagazo como constante, se elaboró un grupo de experimentos de modo que la dosis de polímero varía desde 0 hasta 85g/L, alcanzando el máximo rendimiento en 75kg/m<sup>2</sup> hora. Los datos dados como “FL” y “y” se utilizaron para desarrollar las funciones de interpolación cubica representadas como F1(x) y son mostradas en la Figura-26. La transformación de los datos discretos en una función continua se muestra en la Figura-27.

$$\begin{aligned}
 & \text{FL} := (0 \ 10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 55 \ 70 \ 85) \\
 & y := (40 \ 42 \ 44 \ 46 \ 48 \ 50 \ 275 \ 260) \\
 & \text{FLO} := \text{FL}^T \quad Y := y^T \quad x := 0, 0.1 \dots 85 \\
 & \text{F1}(x) := \begin{cases} \frac{0.013 \cdot x^3}{6} + 4 \cdot (10 - x) + 4.178 \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq 10 \\ \frac{0.013}{60} \cdot (20 - x)^3 - \frac{0.05}{60} \cdot (x - 10)^3 + 4.18 \cdot (20 - x) + 4.483 \cdot (x - 10) & \text{if } 10 \leq x \leq 20 \\ \frac{-0.05}{60} \cdot (30 - x)^3 + \frac{0.189}{60} \cdot (x - 20)^3 + 4.483 \cdot (30 - x) + 4.285 \cdot (x - 20) & \text{if } 20 \leq x \leq 30 \\ \frac{0.189}{60} \cdot (40 - x)^3 - \frac{0.706}{60} \cdot (x - 30)^3 + 4.285 \cdot (40 - x) + 5.98 \cdot (x - 30) & \text{if } 30 \leq x \leq 40 \\ \frac{-0.706}{90} \cdot (55 - x)^3 + \frac{2.201}{90} \cdot (x - 40)^3 + 4.965 \cdot (55 - x) - 2.17 \cdot (x - 40) & \text{if } 40 \leq x \leq 55 \\ \frac{2.201}{90} \cdot (70 - x)^3 - \frac{2.15}{90} \cdot (x - 55)^3 - 2.169 \cdot (70 - x) + 23.71 \cdot (x - 55) & \text{if } 55 \leq x \leq 70 \\ \frac{-2.15}{90} \cdot (85 - x)^3 + \left( \frac{275}{15} + 2.15 \cdot \frac{15}{6} \right) \cdot (85 - x) + \left( \frac{260}{15} \right) \cdot (x - 70) & \text{if } 70 \leq x \leq 85 \end{cases}
 \end{aligned}$$

**Figura- 26.** La transformación de los datos discretos en una función continua utilizando polinomios de orden tres para cada intervalo de los datos reportados en la parte superior de esta figura donde el bagazo se mantuvo en 30% en masa mientras que el floculante varía entre 0 y 85 g/L.



**Figura-27.** Acondicionamiento de lodo con fibras de bagazo, manteniendo constante el porcentaje en masa de sólido 30%, mientras que la concentración de polímero varía desde 0 hasta 85g/L. Claramente el máximo de la conversión está sobre 270kg/m<sup>2</sup> hora, cuando la concentración de polímero es alrededor de 75g/L.



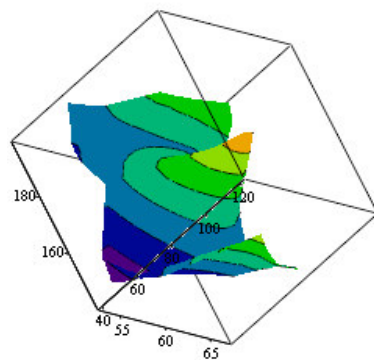
### 6.3 Acondicionamiento del lodo con partículas de cemento para máximo rendimiento de la filtración

Las partículas extremadamente pequeñas provenientes del proceso de producción de cemento resultan en continua acumulación y son fuentes de contaminantes en el aire. En este trabajo se explora la alternativa para uso en el acondicionamiento de lodos de modo que se facilite la rápida separación sólido de líquido. Los datos experimentales se obtuvieron utilizando los aparatos mostrados en la Figura-14, y el lodo es aquel proveniente del tratamiento primario de la planta de tratamiento de aguas residuales.

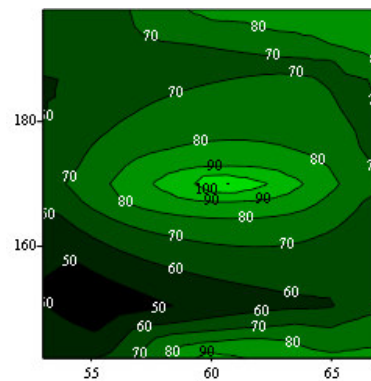
El método de superficie de respuesta resulta de fácil aplicación en el acondicionamiento lodo-polímero-cemento. Las etapas del modelo lineal y el de etapas ascendentes están detallados en el Capítulo-3, en esta sección se detalla la última etapa que consiste en el diseño central compuesto.

Los datos experimentales se reportan en la Tabla-16, estos datos fueron procesados para análisis del modelo matemático usando el Programa de Computadoras Mathcad.<sup>TM</sup>

El diagrama en 3-D mostrando las superficies de respuesta se encuentra reportado en la Figura-28, mostrando la región de alto rendimiento en la parte central de la gráfica.



$$(x_1^T, x_2^T, y^T)$$



$$(x_1^T, x_2^T, y^T)$$

**Figura-28:** Diagrama en 3-D para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento, claramente se observa las condiciones de máximo rendimiento en la parte central del diagrama.

**Tabla-16:** Resultados Experimentales del Diseño Central Compuesto para el lodo acondicionado con polímero y partículas de cemento

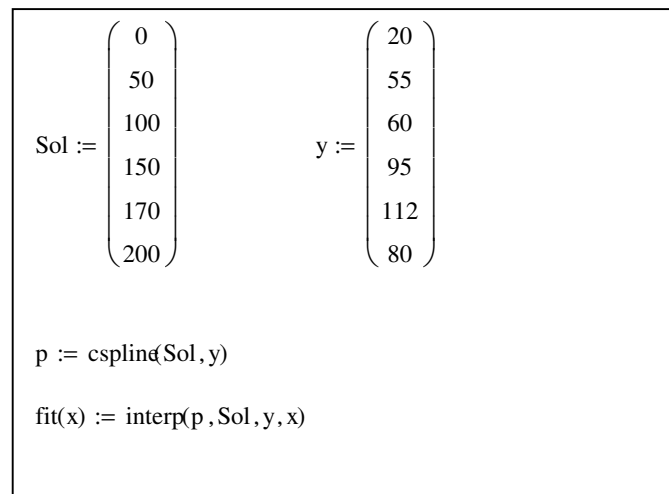
FL (g/L)	SOL (%)	Código de variables ( $x_1, x_2$ )	Y (kg/ m <sup>2</sup> h)
55	150	(-1, -1)	40
55	190	(-1, 1)	61
65	150	(1, -1)	59
65	190	(1, 1)	69
60	170	(0, 0)	120
60	170	(0, 0)	107
60	170	(0, 0)	111
60	170	(0, 0)	98
60	170	(0, 0)	118
67	170	(1.41, 0)	69
53	170	(-1.41, 0)	65
60	142	(0, -1.41)	95
60	198	(0, 1.41)	84

### 6.3.1 Modelo de Interpolación Cubica aplicado a la filtración lodo-polímero-cemento

La metodología numérica utilizada en los ejemplos anteriores, están incorporadas en forma de comandos dentro del programa Mathcad. <sup>TM</sup> Este comando está representado por “cubic spline regression” que se edita de forma simple como cspline(variable independiente, variable dependiente). Este comando para el caso de la conversión como función del porcentaje de solidos se representa como cspline(Sol, y).

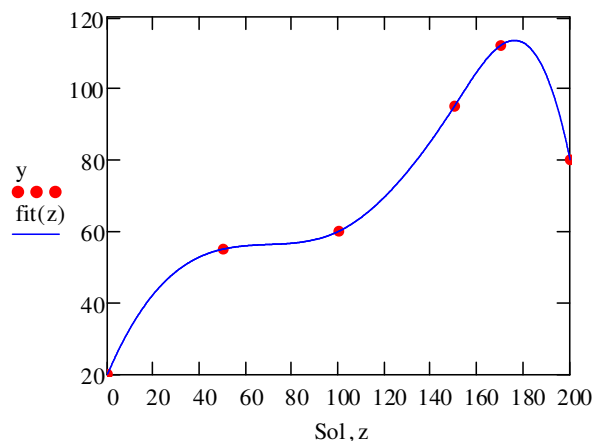
El uso de la rutina es ilustrada en los resultados de filtración del lodo acondicionado en experimentos individuales usando polímero y solido cemento y cenizas, como complemento final de este trabajo.

Primero se ilustra el uso de la rutina en el acondicionamiento lodo-polímero-cemento, por tanto se evalúa la conversión como función del porcentaje en masa del sólido acondicionador manteniendo la concentración de polímero en 60g/L, constante. Los experimentos fueron elaborados de modo que el porcentaje de sólidos varía de 0 a 200% tal como se muestra en la Figura-29.



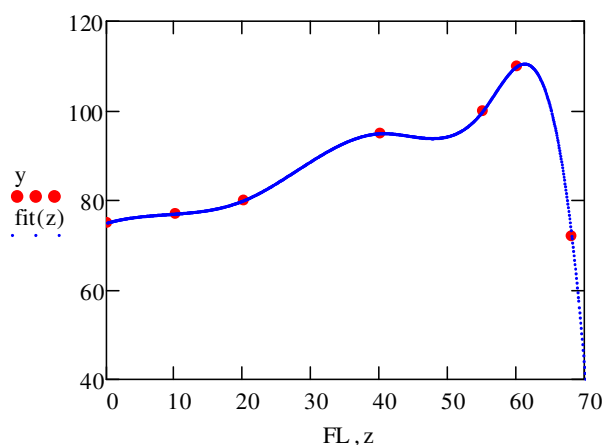
**Figura-29:** Datos de porcentaje en masa de los sólidos acondicionadores (Sol) y del rendimiento de la filtración (y) obtenidos experimentalmente cuando la concentración de polímero es mantenida constante a 60g/L en el acondicionamiento lodo-polímero-cemento. El vector “p” almacena datos de las segundas derivadas requeridas para obtener las expresiones de los polinomios de orden tres en cada intervalo de los datos. El vector fit(x) almacena datos de la regresión para lograr una función continua a partir de datos discretos.

La función compuesta de los polinomios de orden tres para el acondicionamiento lodo-polímero cemento se muestra graficada en la Figura 30.



**Figura-30:** Rendimiento de filtración ( $y$ ) como función del porcentaje por masa de sólidos de partículas de cemento manteniendo constante la concentración de polímero en 60 g/L, constante. El diagrama muestra el proceso de filtración para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento. Claramente se aprecia el valor máximo del rendimiento se ubica entre 160 y 180% de sólidos cuando la concentración del polímero es de 60 g/L.

Nuevo grupo de experimentos en el cual se mantuvo constante el 170% de sólidos y variando la concentración de polímero entre cero y 70 g/L permite encontrar la distribución del rendimiento de la filtración como función de la concentración de polímero, tal como se muestra en la Figura-31, la función compuesta permite obtener un modelo continuo a partir de los datos discretos.



**Figura-31:** Rendimiento de la filtración para el acondicionamiento lodo-polímero-cemento manteniendo constante la cantidad de partículas de cemento en 170%, con diferentes concentraciones de polímero. Claramente se aprecia un máximo alrededor de 60g/L.

## 7. Discusión de Resultados

El método de superficie de respuesta (MSR) provee resultados de valores máximos o mínimos de una variable independiente del cual el experimentador no tiene control. Esta respuesta depende de una serie de variables independientes. Estas variables independientes son de total control del experimentador.

En los procesos de filtración es conveniente expresar la respuesta en términos de rendimiento porque los diagramas de conversión como función de la cantidad de acondicionador definen claramente los valores máximos o mínimos.

Los rendimientos óptimos son datos de importancia técnica que permite estimar el tiempo de filtración de lodos llevados a cabo en procesos por lotes. Por ejemplo para el acondicionamiento del lodo con polímero y partículas de cenizas, el rendimiento óptimo es 300 kg de sólido/ m<sup>2</sup> hora, la concentración óptima de polímero es de 60 g/L, mientras que la cantidad de sólidos acondicionadores alimentados al lodo es de 150%. El porcentaje de sólidos acondicionados dependen del contenido de sólido original, este contenido de sólidos originales es de 5.0 g/L. Por tanto la cantidad de sólidos externos alimentados al lodo es de 7.5 g (incluyendo el sólido original 0.0125 kg). El equipo de filtración usado en los experimentos tienen un diámetro de 0.1 m (creando un área de filtración de 0.0075 m<sup>2</sup>). La combinación de las dos últimas cantidades es la razón de filtración 0.0125/0.0075 y calculado se obtiene 1.67 kg sólido/m<sup>2</sup>.

Dividiendo 1.67/300 se obtiene el tiempo de filtración equivalente a 0.0056 horas (21 segundos). Indicando que la filtración en condiciones óptimas resulta rápida, tal como se confirma en los experimentos a nivel de laboratorio.

Para el caso de acondicionamiento de lodo con polímero y bagazo, el rendimiento óptimo es 266kg/m<sup>2</sup> hora, la concentración óptima de polímero es 70 g/L, la cantidad de sólidos alimentados al lodo es de 30%. La cantidad de sólidos externos es 1.5 g (incluyendo el sólido original es 0.0065 kg). El equipo de filtración usado es el mismo, proveyendo la razón 0.87 kg/m<sup>2</sup>. La división de esta última cantidad entre 266 se obtiene el tiempo de filtración 0.0033 horas (12 segundos).

De forma similar en el acondicionamiento del lodo con polímero y partículas de cemento, el rendimiento máximo es 110 kg/m<sup>2</sup> hora, el porcentaje de sólidos extra alimentados es 170% mientras que la concentración óptima de polímero es 60 g/L. Con esta información se obtiene 0.016 horas para filtración (60 segundos).

## 8. Conclusiones

El método de superficie de respuesta (MSR) provee resultados de valores máximos o mínimos de una variable independiente del cual el experimentador no tiene control. Esta respuesta depende de una serie de variables independientes. Estas variables independientes son de total control del experimentador.

La variable usada para optimizar la filtración es el rendimiento del proceso expresado en masa de sólidos separados por unidad de área de filtración y por unidad de tiempo.

Los resultados experimentales de este trabajo están recopilados para procesos por lotes; cuando el tiempo de filtración y el área transversal del filtro se substituye en la expresión del rendimiento del proceso, se determina la masa de sólidos separados del líquido.

El análisis de varianza (ANOVA) de los modelos de primer orden y de segundo orden en el método MSR permite determinar si las medias de los resultados en los vértices y en los centros de los experimentos factoriales  $2^k$  son similares o diferentes. Para el modelo lineal estas medias son similares, indicando que el modelo de primer orden es razonable para relacionar el rendimiento de la filtración con el % de sólidos y con la concentración de floculante agregados en el acondicionamiento. A diferencia en modelo de segundo orden la diferencia entre las medias son diferentes, por lo que requiere del modelo de segundo orden para establecer la relación entre el rendimiento con el % de sólidos y la concentración de coagulante.

Para la filtración el bagazo es un excelente sólido para acondicionar lodos cuando está previsto el quemado de la matriz lodo-bagazo. Intrínsecamente el bagazo es puramente orgánico que su quemado con exceso de aire no deja residuos.

Los sólidos cenizas y residuos de cemento, resultan materiales inertes a temperatura ambiente, ya que previamente fueron procesados a temperaturas elevadas superior a  $1000^{\circ}\text{C}$ . A diferencia del bagazo estos sólidos son rígidos, y en el posible quemado crean demanda de combustible ya que en sus estructuras no se encuentran componentes orgánicos. Estos sólidos son eficientes medios filtrantes, ya que proveen la rigidez requerida con canales para flujo de agua. No obstante ocurre dispersión en su disposición final ya que tienen puntos de origen y puntos de disposición final diferentes.

Los resultados experimentales son válidos para procesos por lotes, en el cual al substituir el tiempo de filtración y el área de filtración en el resultado del rendimiento, se obtiene la cantidad de sólidos removidos por filtración. La razón de filtración del acondicionamiento con bagazo es rápido (12 segundos), mientras que el acondicionamiento con cenizas es moderado (21 segundos) y el acondicionamiento con partículas de cemento es lento (60 segundos) atribuido a las partículas finas.

## 9. Recomendaciones

Los procesos de tratamiento de aguas residuales resultan elevados debido a las operaciones unitarias envueltas. Un proceso de filtración eficiente implementado en el tratamiento primario puede substituir otras etapas de tratamiento ya que la cantidad de sólidos en el agua residual puede separarse eficientemente. El agua finalmente tratado por desinfección puede reunir las características que cumplen con el reglamento de descarga promulgado por el D.S. 03-2010-MINAM. Es recomendable desarrollar estudios a nivel de planta piloto para evaluar la sustitución de etapas de tratamiento secundario de agua residual por la implementación de la filtración.

Como es conocido la mayor actividad microbiana se encuentra en solidos suspendidos, bajo la premisa que estos solidos pueden removerse en la filtración, se espera una drástica reducción de la población de microorganismos en el agua filtrada, y por tanto el consumo de desinfectante disminuye. Por tanto adicionalmente a la separación de solidos del agua se debe caracterizar la actividad microbiana antes y después filtrar el agua.

Respecto al acondicionamiento de lodos, las PTAR en Lima pueden disponer de los lodos por quemado en las plantas de producción de cemento. Para ello el lodo debe acondicionarse con bagazo de modo que el poder calorífico resulta alto y pueda substituir una fracción de combustible usado en el mencionado proceso. Esto incluiría una caracterización del contenido del lodo para evaluar su impacto en la descarga de los gases de combustión.

El método expuesto en este trabajo es apropiadamente dirigido a matrices de solidos complejos constituidos por solidos provenientes de agua residual doméstica y agua residual industrial, por lo que resulta complicada su caracterización. Y resulta en un modelo eficiente, este modelo de experimentación puede aplicarse a procesos de complejidad donde las caracterizaciones son difíciles de llevarse a cabo, tal como son los procesos de catálisis, en la cual etapas intermedias de reacciones químicas no son conocidas, por lo que el método puede aplicarse a estos procesos.

Para procesos continuos el diseño de experimentos es el mismo indicando que RSM es un método general para optimización. Se propone o recomienda realizar procesos de filtración usando placas para optimizar procesos continuos.

La desventaja del método es que se transforma en un mecanismo de solución puramente empírica, y la parte teórica de la química y física envuelta es ignorada.

## 10. Bibliografía

1. Peña Guido, “Separacion de solidos residuales de la Planta Regional de Barceloneta,” M. S. Che. E. Thesis, University of Puerto Rico, Mayaguez Campus, Puerto Rico (1987).
2. Surucu, G.; Cetin, D. F. “Effect of temperature, pH, and DO concentration on filterability and compressibility of activated sludge,” *Water Research*, 23: 1389 (1989)
3. Christensen, G. L.; Mavro, S. G. “Some aspects of inorganic versus organic sludge conditioning,” presentado en la Water Pollution Control Federation Conference, Detroit, MI, USA, October 1981.
4. Stroth, G.; Sthal, W. “Filter cake filtration resistance,” *Filtration and Separation*, 27 (1990)
5. Tutela, D. “Dewatering process changes boost sludge incinerator efficiency,” *Water Environmental Technology*, 3: 9 (1991).
6. Zall, J.; Galil, N.; Rebhun, M. “Skeleton builders for conditioning oily sludge,” *J. WPCF*, 59: 699 (1987).
7. Milica, A.; Zagorka R.; Zeljko, J.; Lato, P.; Mathematical approach to application of industrial wastes in clay production – Part II; *Ceramics International*, Volume 41, 3-B, 4899-4905, April 2015.
8. Kang, J.; Young, K.; Seoung, N.; Doman, K.; Synthesis and characterization of hydroquinone fructoside using *Leuconostec mesenteroides* levansucrose; *Applied Microbiology & Biotechnology*; Volume 83, issue 6; 1009-1016; July 2009.
9. Morovat, M.H.; Babacipour, V.; Memari, H.R.; Vahidi, H.; *Judishapur Journal of Microbiology*; Volume 8, issue 4; 1-9; April 2015.
9. USA Environmental Protection Agency (EPA), Stormwater Best Manangement Practice, Handout: “Polymer Flocculation,” Octubre 2013.
10. Ministerio del Ambiente, “Decreto Supremo 03-2010 MINAM,” Limites Maximos Permisibles (LMP) para los efluentes de Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales Domesticas o Municipales, 17 de marzo de 2010.
11. Metcalf & Eddy Inc., “Wastewater Engineering Treatment and Reuse,” McGraw Hill Cuarta edición, 2003.



12. Guimaraes, J. L.; Frollini, E.; da Silva C. G.; Wypych F., Satyanarayana, K. G. "Characterization of banana, sugarcane bagasse and sponge gourd fibers of Brazil," *Industrial Crops and Products* 30: 407-415 (2009).
13. Trabajos experimentales de partículas residuales de cenizas de quemado de carbon, Residuos de AES en Guayama Puerto Rico, Trabajo Instrumental de Microscopio Electrónico, una cooperación de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, recinto de Bayamón (2012).
14. ASTM C618 Standard Specification for Coal Fly Ash and Raw or Calcinated Natural Pozzolan for use in Concrete (AASHTO M 295).
15. Rebhun, M.; Galil, N. "Net sludge yield as an expression of filterability for conditioner optimization," *J. WPCF*, 61:52 (1989).
16. Stroth, G.; Sthal, W. "Filter cake filtration resistance," *Filtration and Separation*, 27, (1990).
17. Montgomery D. C. *Design and Analysis of Experiments*, Quinta Edición, John Wiley and Sons, New York, NY (2001).
18. Constantinides, A. *Applied Numerical methods with Personal Computers*, Capitulum-3 McGraw Hill, New York, NY (1987).
19. Chapra, S. C.; Canale, R. P. *Numerical methods for Engineers*, Sexta Edición McGraw Hill, New York NY (2010).
20. Martinez, H. "Incineración de lodos de la Planta Regional de tratamiento de Aguas Usadas de Barceloneta," M. S. Ch. E. Tesis, Universidad de Puerto Rico Mayagüez, Puerto Rico (1990).
21. Carrera, R. "Estudio de la velocidad de combustión del bagazo de caña de azúcar," M. S. Ch. E. Tesis, Universidad de Puerto Rico, Mayagüez, Puerto Rico (1985).

## **ANEXOS**

## ANEXO-1: Desarrollo del modelo de segundo orden para el acondicionamiento Lodo-polímero-bagazo.

Fl	60	60	80	80	70	70	70	70	70	85	56	70	70
SOL	10	50	10	50	30	30	30	30	30	30	30	58	2
Yex	56	152	135	151	266	266	266	266	266	57	221	95	15
ymodel	77.22	174.9	83.12	100.8	266.41	266.41	266.41	266.41	266.41	114.39	180.13	108.43	27.68

$$x1 := FL^T \quad x2 := SOL^T \quad y := Yex^T \quad n := 13 \quad i := 0..12$$

$$X := \begin{bmatrix} n & \sum_i x1_i & \sum_i x2_i & \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i (x1_i)^2 & \sum_i (x2_i)^2 \\ \sum_i x1_i & \sum_i (x1_i)^2 & \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i (x1_i)^3 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] \\ \sum_i x2_i & \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i (x2_i)^2 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i (x2_i)^3 \\ \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot (x2_i)^2] & \sum_i [(x1_i)^3 \cdot x2_i] & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^3] \\ \sum_i (x1_i)^2 & \sum_i (x1_i)^3 & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i [(x1_i)^3 \cdot x2_i] & \sum_i (x1_i)^4 & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot (x2_i)^2] \\ \sum_i (x2_i)^2 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] & \sum_i (x2_i)^3 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^3] & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot (x2_i)^2] & \sum_i (x2_i)^4 \end{bmatrix}$$

$$Ytrans := \begin{bmatrix} \sum_i y_i & \sum_i (x1_i \cdot y_i) & \sum_i (x2_i \cdot y_i) & \sum_i (x1_i \cdot x2_i \cdot y_i) & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot y_i] & \sum_i [(x2_i)^2 \cdot y_i] \end{bmatrix}$$

Parámetros del modelo de segundo orden

$$b := X^{-1} \cdot Y \quad b = \begin{pmatrix} -2.849 \times 10^3 \\ 79.975 \\ 23.622 \\ -0.1 \\ -0.562 \\ -0.253 \end{pmatrix}$$

$$y1_i := -2.849 \times 10^3 + 79.975 x1_i + 23.622 x2_i - 0.1 \cdot x1_i \cdot x2_i - 0.562 (x1_i)^2 - 0.253 (x2_i)^2$$

## ANEXO-2: Cálculos para el Análisis de Varianza para el modelo de segundo orden en el acondicionamiento Lodo-polímero-bagazo

### Cálculos para el análisis de varianza del modelo de segundo orden:

Suma de Cuadrados para estimar la variabilidad total de los datos

$$SST := \sum_{i=0}^{12} (y_i - \text{mean}(y))^2 = 1.06 \times 10^5$$

Suma de Cuadrados para estimar la variabilidad de la regresión

$$SS_{\text{reg}} := \sum_{i=0}^{12} (y_{\text{model}_i} - \text{mean}(y))^2 = 9.469 \times 10^4$$

$$y_{\text{model}} := \begin{pmatrix} 77.22 \\ 174.9 \\ 83.12 \\ 100.8 \\ 266.41 \\ 266.41 \\ 266.41 \\ 266.41 \\ 266.41 \\ 114.385 \\ 180.128 \\ 108.434 \\ 27.682 \end{pmatrix}$$

Suma de Cuadrados debido al error entre el valor actual y el valor de la regresión:

$$SSE := \sum_{i=0}^{12} (y_i - y_{\text{model}_i})^2 = 1.149 \times 10^4$$

Grados de Libertad (GL)

Numero de parámetros calculados en "b" = 6

$$m := 6$$

$$GL_{\text{reg}} := m - 1 = 5$$

$$GLT := n - 1 = 12$$

$$GL_{\text{error}} := GLT - GL_{\text{reg}} = 7$$

### ANEXO-3: Análisis de Varianza ANOVA para el acondicionamiento de Lodo-Polímero-Bagazo

#### Media de cuadrados

Modelo

$$\frac{SS_{\text{reg}}}{GL_{\text{reg}}} = 1.894 \times 10^4$$

Error

$$\frac{SSE}{GL_{\text{error}}} = 1.642 \times 10^3$$

#### Razon F

$$F := \frac{\frac{SS_{\text{reg}}}{GL_{\text{reg}}}}{\frac{SSE}{GL_{\text{error}}}} = 11.535$$

#### Coefficiente de correlacion $R^2$ :

$$R_{\text{sq}} := \frac{SS_{\text{reg}}}{SST} = 0.893$$

$$qF(0.05, 5, 7) = 0.205$$

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Media de los Cuadrados	Razon F	Prob > F
Modelo	$9.469 \times 10^4$	5	$1.894 \times 10^4$	11.535	$qF(0.05, 5, 7) = 0.205$
Error	$1.149 \times 10^4$	7	$1.642 \times 10^3$		
Total	$1.062 \times 10^5$	12			

Coefficiente de correlacion = 0.893

## ANEXO-4: Desarrollo del modelo de segundo orden para el acondicionamiento Lodo-Polímero-Cemento

FI	5	55	65	65	60	60	60	60	60	67	53	60	60
SOL	150	190	150	190	170	170	170	170	170	170	170	142	198
yex	39.7	60.5	58.7	69.4	120	107	111	98	118	68.8	65	95	84
ymodel	58.838	67.866	72.145	71.053	111.34	111.34	111.34	111.34	111.34	62.825	51.279	76.877	82.43

$x1 := X1^T$        $x2 := X2^T$        $y := Y^T$        $i := 0..12$   
 $x1 = FL$        $x2 = SOL$        $n := 13$

$$X := \begin{bmatrix} n & \sum_i x1_i & \sum_i x2_i & \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i (x1_i)^2 & \sum_i (x2_i)^2 \\ \sum_i x1_i & \sum_i (x1_i)^2 & \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i (x1_i)^3 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] \\ \sum_i x2_i & \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i (x2_i)^2 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i (x2_i)^3 \\ \sum_i (x1_i \cdot x2_i) & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot (x2_i)^2] & \sum_i [(x1_i)^3 \cdot x2_i] & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^3] \\ \sum_i (x1_i)^2 & \sum_i (x1_i)^3 & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot x2_i] & \sum_i [(x1_i)^3 \cdot x2_i] & \sum_i (x1_i)^4 & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot (x2_i)^2] \\ \sum_i (x2_i)^2 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^2] & \sum_i (x2_i)^3 & \sum_i [x1_i \cdot (x2_i)^3] & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot (x2_i)^2] & \sum_i (x2_i)^4 \end{bmatrix}$$

$$Y_{trans} := \begin{bmatrix} \sum_i y_i & \sum_i (x1_i \cdot y_i) & \sum_i (x2_i \cdot y_i) & \sum_i (x1_i \cdot x2_i \cdot y_i) & \sum_i [(x1_i)^2 \cdot y_i] & \sum_i [(x2_i)^2 \cdot y_i] \end{bmatrix}$$

Parámetros del modelo de segundo orden

$$b := X^{-1} \cdot Y_{cmte} \quad b = \begin{pmatrix} -5.37098 \times 10^3 \\ 138.08578 \\ 15.35963 \\ -0.02525 \\ -1.10795 \\ -0.04042 \end{pmatrix}$$

Modelo de Segundo Orden:

$$y1_i := -5.37 \times 10^3 + 138.0857 \cdot x1_i + 15.36 \cdot x2_i - 0.0253 \cdot x1_i \cdot x2_i - 1.108 \cdot (x1_i)^2 - 0.04042 \cdot (x2_i)^2$$

## ANEXO-5: Análisis de Varianza para el acondicionamiento de Lodo-Polímero-Cemento

### Cálculos para el análisis de varianza del modelo de segundo orden:

Suma de Cuadrados para estimar la variabilidad total de los datos

$$SST := \sum_{i=0}^{12} (y_i - \text{mean}(y))^2 = 7.986 \times 10^3$$

Suma de Cuadrados para estimar la variabilidad de la regresión

$$SS_{\text{reg}} := \sum_{i=0}^{12} (y_{1_i} - \text{mean}(y))^2 = 6.509 \times 10^3$$

$$y_{\text{model}} := \begin{pmatrix} 58.838 \\ 67.866 \\ 72.145 \\ 71.053 \\ 111.344 \\ 111.344 \\ 111.344 \\ 111.344 \\ 111.344 \\ 62.825 \\ 51.279 \\ 76.877 \\ 82.432 \end{pmatrix}$$

Suma de Cuadrados debido al error entre el valor actual y el valor de la regresión:

$$SSE := \sum_{i=0}^{12} (y_{1_i} - y_i)^2 = 1.475 \times 10^3$$

Grados de Libertad (GL)

Numero de parámetros calculados en "b" = 6

$$m := 6$$

$$GL_{\text{reg}} := m - 1 = 5$$

$$GLT := n - 1 = 12$$

$$GL_{\text{error}} := GLT - GL_{\text{reg}} = 7$$

### Media de cuadrados

Modelo

$$\frac{SS_{\text{reg}}}{GL_{\text{reg}}} = 1.302 \times 10^3$$

Error

$$\frac{SSE}{GL_{\text{error}}} = 210.743$$

### Razon F

$$F := \frac{\frac{SS_{\text{reg}}}{GL_{\text{reg}}}}{\frac{SSE}{GL_{\text{error}}}} = 6.177$$

### Coefficiente de correlacion R<sup>2</sup> :

$$R_{\text{sq}} := \frac{SS_{\text{reg}}}{SST} = 0.815$$

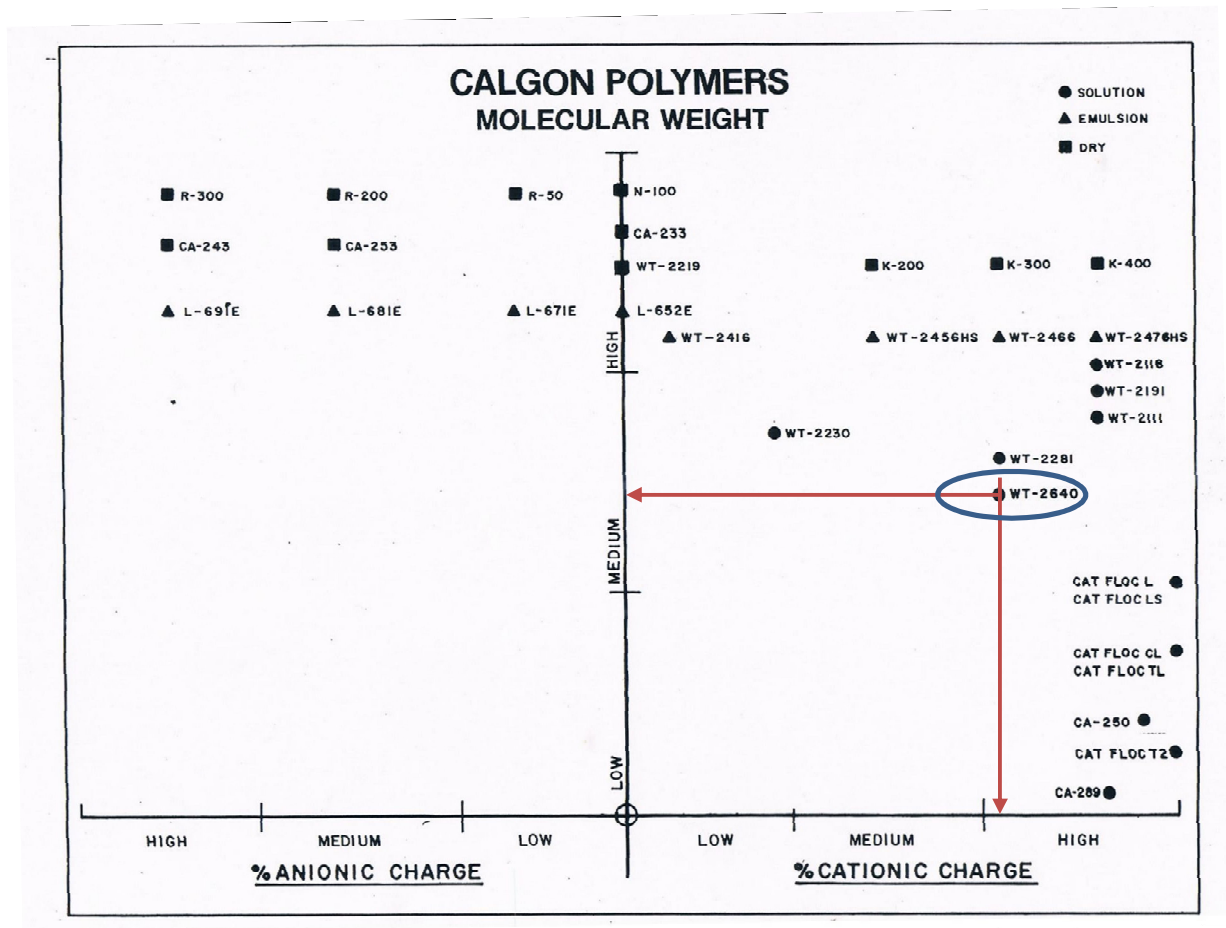
$$qF(0.05, 5, 7) = 0.205$$

Fuente	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Media de los Cuadrados	Razon F	Prob > F
Modelo	$6.509 \times 10^3$	5	$1.302 \times 10^3$	6.177	$qF(0.05, 5, 7) = 0.205$
Error	$1.475 \times 10^3$	7	210.743		
Total	$7.986 \times 10^3$	12			

Coefficiente de correlacion = 0.815




## ANEXO-6: Masa Molar y porcentaje catiónico del Polímero CALGON utilizado en los experimentos



Tomado directamente del catálogo de la compañía CALGON.

## ANEXO-7: Página Técnica del COAGULANTE Calgon WT-2640

**CALGON**  
CORPORATION  
SUBSIDIARY OF MERCK & CO., INC.

**WATER  
MANAGEMENT  
DIVISION**

**POLYMER  
PRODUCTS  
& SERVICES**

Bulletin No. 12-58e

**WT-2640  
LIQUID CATIONIC POLYMER**

**DESCRIPTION**  
WT-2640 is a high molecular weight, high charge density, liquid cationic polyelectrolyte. WT-2640 can be used in various liquid/solids separation processes such as filtration, sedimentation, flotation, and dewatering. The product is especially effective in treating high pH (9.0 - 11.0) waste stream.

**PRODUCT FEATURES**

- Produces a large, shear resistant floc
- Effective over a wide pH range, especially the alkaline range
- Readily water soluble

**BENEFITS**

- Results in improved floc formation and minimized fines formation
- Product performance and dosage is not affected by pH swings
- Eliminates the expense of complicated polymer make-down systems

**PRINCIPAL USES**

- Primary and secondary wastewater clarification
- Sludge thickening
- Sludge dewatering
  - Belt Press
  - Vacuum Filters
  - Drying Beds
  - Centrifuges

**APPLICATION AREAS**

- Industrial and municipal clarifiers
- Industrial and municipal dissolved air flotation and gravity thickeners
- Industrial and municipal sludge dewatering

**TYPICAL PROPERTIES**

Appearance	Clear liquid
Solubility	Soluble in water in all proportions
Density	8.4 lbs./gal.
Flash Point	Noncombustible
Freezing Point	27° F
pH (as supplied)	8.2±0.3
Viscosity @ 75° F, supplied	30,000 cps max.
Solution Viscosity	See graph